1.2

गणित शिक्षण

राष्ट्रीय फोकस समूह

का

आधार पत्र

1.2

गणित शिक्षण

राष्ट्रीय फोकस समूह
का
आधार पत्र

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

प्रथम संस्करण
दिसंबर 2008 पौष 1930

PD 3T NSY

© राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, 2008

रु 20.00

एन.सी.ई.आर.टी. वाटरमार्क 70 जी.एस.एम. पेपर पर मुद्रित।

प्रकाशन विभाग में सचिव, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, श्री अरविंद मार्ग, नयी दिल्ली 110 016 द्वारा प्रकाशित तथा बंगाल ऑफसैट वर्क्स, 335, खजूर रोड, करोलबाग, नयी दिल्ली 110 005 द्वारा मुद्रित।

ISBN 978-81-7450-917-8

सर्वाधिकार सुरक्षित

- प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना इस प्रकाशन के किसी भाग को छापना तथा इलैक्ट्रॉनिकी, मशीनी, फोटोप्रतिलिपि, रिकॉर्डिंग अथवा किसी अन्य विधि से पुन: प्रयोग पद्धति द्वारा उसका संग्रहण अथवा प्रसारण वर्जित है।
- इस पुस्तक की बिक्री इस शर्त के साथ की गई है कि प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना यह पुस्तक अपने मूल आवरण अथवा जिल्द के अलावा किसी अन्य प्रकार से व्यापार द्वारा उधारी पर, पुनर्विक्रय या किराए पर न दी जाएगी, न बेची जाएगी।
- इस प्रकाशन का सही मूल्य इस पृष्ठ पर मुद्रित है। रबड़ की मुहर अथवा चिपकाई गई पर्ची (स्टिकर) या किसी अन्य विधि द्वारा अंकित कोई भी संशोधित मूल्य गलत है तथा मान्य नहीं होगा।

एन सी ई आर टी के प्रकाशन विभाग के कार्यालय

एन.सी.ई.आर.टी. कैंपस
श्री अरविंद मार्ग
नयी दिल्ली 110 016 फोन : 011-26562708

108, 100 फीट रोड
होस्डेकेरे हेली एक्सटेंशन
बनाशंकरी III स्टेज
बेंगलुरु 560 085 फोन : 080-26725740

नवजीवन ट्रस्ट भवन
डाकघर नवजीवन
अहमदाबाद 380 014 फोन : 079-27541446

सी.डब्ल्यू.सी. कैंपस
निकट: धनकल बस स्टॉप पनिहटी
कोलकाता 700 114 फोन : 033-25530454

सी.डब्ल्यू.सी. कॉम्प्लैक्स
मालीगांव
गुवाहाटी 781021 फोन : 0361-2674869

प्रकाशन सहयोग

अध्यक्ष, प्रकाशन विभाग	:	*पेय्यटि राजाकुमार*
मुख्य उत्पादन अधिकारी	:	*शिव कुमार*
मुख्य संपादक	:	*श्वेता उप्पल*
मुख्य व्यापार प्रबंधक	:	*गौतम गांगुली*
संपादक	:	*नरेश यादव*
उत्पादन	:	*अरुण चितकारा*

सज्जा एवं आवरण
श्वेता राव

सार-संक्षेप

विद्यालयों में गणित शिक्षा का मुख्य उद्देश्य है बच्चों की सोच का गणितीकरण करना। गणितीय उपक्रम में विचारों की स्पष्टता और तार्किक निष्कर्षों तक पहुँचने में पूर्वामानों पर कार्य करना मुख्य है। सोच के कई तरीके हैं और जिस तरह की सोच कोई गणित में हासिल करता है वह है अमूर्त विचारों के साथ कार्य करना और समस्या समाधान के उपाय ढूँढ़ना।

स्कूली शिक्षा का सार्वभौमिकरण के गणित की पाठ्यचर्या के लिए महत्त्वपूर्ण निहितार्थ हैं। गणित विद्यालय में अध्ययन एक अनिवार्य विषय होता है और इस कारण गुणवत्तापूर्ण गणित-शिक्षा पाना प्रत्येक बच्चे का अधिकार बनता है। हम चाहते हैं कि गणित की शिक्षा प्रत्येक बच्चे को सहज ढंग से उपलब्ध हो सके और साथ-ही-साथ वह आनंदपूर्ण भी हो। जहाँ कक्षा VIII के बाद बहुत सारे बच्चे स्कूल छोड़ देते हैं प्रारंभिक स्तर पर गणित-शिक्षा ऐसी होनी चाहिए जो बच्चों को आगे आनेवाले जीवन की चुनौतियों का सामना करने के लिए तैयार करे। हमारी दृष्टि में स्कूली गणित जिन परिस्थितियों में सीखा जाना चाहिए वे हैं:

1. बच्चे गणित में आनंद लेना सीखें, 2. बच्चे महत्त्वपूर्ण गणित सीखें, 3. गणित बच्चों के जीवन अनुभव का हिस्सा हो जिसके बारे में वे बातें करें, 4. बच्चे अर्थपूर्ण समस्याएँ प्रस्तुत करें और हल ढूँढ़ें, 5. बच्चे सम्बन्धों और संरचनाओं की सोच बनाने में अमूर्त विचारों का प्रयोग करें, और 6. बच्चे गणित की मूल संरचना को समझें तथा शिक्षकों से अपेक्षा है कि वे प्रत्येक बच्चे को कक्षा की प्रक्रियाओं के साथ जोड़कर रख सकें।

दूसरी तरफ सारे स्कूलों में गणित की शिक्षा तरह-तरह की समस्याओं से घिरी हुई है। हमने कुछ मुख्य सरोकार पहचाने हैं जो इस प्रकार हैं: (क) ज़्यादातर बच्चों में गणित को लेकर डर और असफलता का भाव, (ख) पाठ्यचर्या, जो छोटे से प्रतिभाशाली वर्ग के साथ ही असहभागी बड़े वर्ग, दोनों को ही निराश करती है, (ग) मूल्यांकन की अपरिष्कृत विधियाँ जो गणित को यांत्रिक गणनाओं के रूप से देखने के दृष्टिकोण को बढ़ावा देती हैं, और (घ) गणित शिक्षण के लिए शिक्षकों की तैयारी और सहायता का अभाव। व्यवस्थागत समस्याएँ परिस्थिति को और अधिक जटिल बना देती हैं इस अर्थ में कि सामाजिक भेदों की संरचनाएँ गणित शिक्षा में भी परिलक्षित होती दिखाई देती हैं। इस संदर्भ में जेंडर सरोकारों की चर्चा करना आवश्यक होगा जो इस प्रकार की रूढ़िवादिता को बढ़ाते हैं कि लड़के गणित में लड़कियों से अच्छे होते हैं।

इन समस्याओं के विश्लेषण ने हमें निम्नलिखित संस्तुतियों की ओर निर्देशित किया: (क) गणित शिक्षा का फोकस 'संकीर्ण' लक्ष्यों से हटाकर ऊँचे लक्ष्यों की तरफ़ स्थानांतरित करना, (ख) प्रत्येक विद्यार्थी को सफलता के भाव के साथ जोड़ना तथा साथ ही साथ उदीयमान गणितज्ञ के सामने संकल्पनात्मक चुनौतियाँ प्रदान करना, (ग) आकलन पद्धतियों को बदलना जिससे विद्यार्थी के प्रक्रियात्मक ज्ञान के स्थान पर गणितीकरण योग्यताओं की परख हो, और (घ) विविध गणितीय संसाधनों से शिक्षकों का संवर्द्धन करना।

जिस बदलाव का प्रस्ताव हम रख रहे हैं वह है गणित की विषय वस्तु से गणित सीखने के वातावरण की ओर जहाँ प्रक्रियाओं के पूरे विस्तार को महत्त्व दिया जाए – औपचारिक समस्या समाधान, स्वत: शोधन विधि का प्रयोग,

अनुमान और सन्निकटन, इष्टमीकरण और प्रतिरूपों का प्रयोग, दृश्यीकरण, निरूपण, तर्कण और उपपत्ति, संबंध स्थापित करना, गणितीय संप्रेषण। ये प्रक्रियाएँ बच्चों के मस्तिष्क से गणित का भय निकालने में सहायक हो सकेंगी। इस तरह के बदलाव का एक निहितार्थ ये होगा कि हमें विविध प्रकार के उपागमों, विधियों तथा समाधानों को अपनाना होगा। हम इसे इस तरह से भी देखते हैं कि यह स्कूली गणित का एक ही सही उत्तर जो कि एक ही तरह के पढ़ाए हुए तरीके से प्राप्त होता है, की तानाशाही से बाहर निकाल सकेगा। इस तरह का अधिगम वातावरण, भागीदारी को बढ़ावा देगा, बच्चों को कक्षा से जोड़े रखेगा और सबको सफलता का अहसास देगा।

आकलन के विषय में हम संस्तुति देते हैं कि बोर्ड की परीक्षाओं को पुन: संरचित करने की ज़रूरत है ताकि एक ओर राज्य के प्रमाणपत्र के लिए न्यूनतम योग्यता संख्यात्मकता हो जिससे गणित में अनुतीर्ण होने की घटनाएँ कम हो सकें तथा दूसरी ओर उच्च स्तर के लिए हम संस्तुति देते हैं कि परीक्षाओं को और अधिक चुनौतीपूर्ण होना चाहिए जो कि अवधारणाओं की समझ और दक्षताओं का मूल्यांकन कर सकें।

हम यह समझते हैं कि गणित शिक्षा के लिए शिक्षकों की तैयारी की तरफ़ ध्यान देना बहुत आवश्यक है। बहुत मात्रा में संसाधन सामग्री जो शिक्षकों को आसानी से उपलब्ध हो सके और इस ओर योगदान दे सके, की अत्यन्त आवश्यकता है। स्कूली शिक्षकों के स्वयं के मध्य और उनके तथा विश्वविद्यालय के शिक्षकों के मध्य नेटवर्किंग का होना भी इस ओर सहायक हो सकेगा।

जहाँ पाठ्यचर्या के चुनाव की बात आती है वहाँ हम सुझाव देते हैं कि हमें शिक्षा की वर्तमान ऊँची कदवाली और घुमावदार संरचना (जहाँ एक अवधारणा दूसरी अवधारणा के ऊपर निर्मित होती है विश्वविद्यालयी गणित का रूप ले लेती है) से हटकर विस्तृत और सीधी सपाट संरचना की तरफ़ जाना चाहिए जहाँ पर कई विषय आस-पास के जीवन से जुड़े हुए हैं। यदि समझने की प्रक्रियाएँ जैसे ज्यामितीय दृश्यीकरण विषय वस्तु को कम करने से ही लागू हो सकता है तो हम सुझाव देंगे कि ऐसा ज़रूर करना चाहिए। इसके अतिरिक्त हम स्थगन का सिद्धांत भी प्रस्तावित करते हैं: सामान्यत: यदि कोई विषय बाद की अवस्थाओं में उच्च अभिप्रेरणा के साथ दिया जा सकता है तो उस अवस्था के आने का इंतजार किया जाना चाहिए न कि बिना अभिप्रेरणा के महज तकनीकी तैयारी की जाए।

उत्कृष्ट गणितीय शिक्षा के लिए हमारी दृष्टि जुड़वाँ सरोकारों पर आधारित है, ये सरोकार हैं: **सभी बच्चे गणित सीख सकें, और सभी बच्चों को गणित सीखने की ज़रूरत है।** इसलिए यह आवश्यक है कि हम सभी बच्चों को गुणवत्तापूर्ण गणित की शिक्षा दें।

राष्ट्रीय फोकस समूह
गणित शिक्षण के सदस्यों के नाम

प्रो. आर. रामानुजम
अध्यक्ष
गणितीय विज्ञान संस्थान
चौथा क्रॉस, सी. आई. टी. कैंपस
थारामनी, चेन्नई-600 113
तमिलनाडु

डॉ. रवि सुब्रमण्यम
होमी भाभा सेंटर फॉर साइंस एजुकेशन
वी.एन. पुरव मार्ग, मैनखुर्द
मुंबई - 400 088
महाराष्ट्र

प्रो. अमिताभ मुखर्जी
सेंटर फॉर साइंस एजुकेशन एंड कम्युनिकेशन
दिल्ली विश्वविद्यालय
दिल्ली - 110 007

डॉ. फ़रीदा ए. खान
केंद्रीय शिक्षा संस्थान
दिल्ली विश्वविद्यालय
दिल्ली - 110 007

श्री आर. आत्मारमन
35, वेंकटेश अग्राहरम
मायलापुर, चेन्नई - 600 004
तमिलनाडु

श्री बसंत कुमार मिश्रा
प्राचार्य
गवर्मेंट हाई स्कूल, कोणार्क
पुरी
उड़ीसा

प्रो. पी.एल. सचदेव
प्रधान पर्यवेक्षक
नॅनलीनियर स्टडीज ग्रुप (गणित विभाग)
भारतीय विज्ञान संस्थान
बेंगलुरु - 560 012
कर्नाटक

सुश्री आरती भट्टाचार्य
शैक्षणिक अधिकारी
माध्यमिक शिक्षा बोर्ड
पोस्ट बामुनी मैदान
गुवाहाटी - 781 021
असम

प्रो. सुरजा कुमारी
पी.पी.एम.ई.डी, एन.सी.ई.आर.टी.
श्री अरविंद मार्ग
नयी दिल्ली-110 016

डॉ. वी.पी. सिंह
रीडर
विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग
(डी.ई.एस.एम.), एन.सी.ई.आर.टी.
श्री अरविंद मार्ग, नयी दिल्ली-110 016

डॉ. कामेश्वर राव
लेक्चरर
विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग
(डी.ई.एस.एम.), एन.सी.ई.आर.टी.
क्षेत्रीय शिक्षा संस्थान (एन.सी.ई.आर.टी.)
भुवनेश्वर
उड़ीसा

प्रो. हुकुम सिंह *(सदस्य सचिव)*
प्रोफ़ेसर ऑफ़ मैथमैटिक्स
अध्यक्ष, योजना, प्रोग्रामिंग, परिवीक्षण
और मूल्यांकन प्रभाग, एन.सी.ई.आर.टी.
श्री अरविंद मार्ग, नयी दिल्ली–110 016

आमंत्रित सदस्य

श्री उदय सिंह
प्रवक्ता
विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग
(डी.ई.एस.एम.)
एन.सी.ई.आर.टी., श्री अरविन्द मार्ग
नयी दिल्ली – 110 016

श्री प्रवीण के. चौरसिया
लेक्चरर
विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग
(डी.ई.एस.एम.)
एन.सी.ई.आर.टी., श्री अरविंद मार्ग
नयी दिल्ली – 110 016

श्री राम अवतार
रीडर
विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग
(डी.ई.एस.एम.)
एन.सी.ई.आर.टी., श्री अरविन्द मार्ग
नयी दिल्ली–110 016

प्रो. वी. पी. गुप्त
प्राथमिक शिक्षा विभाग
एन.सी.ई.आर.टी., श्री अरविन्द मार्ग
नयी दिल्ली – 110 016

प्रो. शैलेश ए. शिराली
प्रिंसिपल
अंबर वैली आवासीय विद्यालय
के. एम. रोड, मुगथीहलाई
चिकमगलूर–577 201, कर्नाटक

प्रो. आर. बालसुब्रमण्यम
निदेशक
इंस्टीट्यूट ऑफ मैथमैटिकल साइंस, चेन्नई

डॉ. डी. एस. राजगोपालन
विज्ञान एवं गणित साइंस, चेन्नई

डॉ. वी. एस. सुंदर
इंस्टीट्यूट ऑफ़ मैथमैटिकल साइंस, चेन्नई

डॉ. के. एन. राघवन
इंस्टीट्यूट ऑफ़ मैथमैटिकल साइंस, चेन्नई

डॉ. कौशिक मजूमदार
इंस्टीट्यूट ऑफ़ मैथमैटिकल साइंस, चेन्नई

डॉ. एम. महादेवन
इंस्टीट्यूट ऑफ़ मैथमैटिकल साइंस, चेन्नई

अनुवाद सहयोग

डॉ. के. के. मिश्रा, होमी भाभा सेन्टर फॉर साइंस एजुकेशन, टाटा इंस्टीट्यूट ऑफ़ फन्डामेंटल रिसर्च, वी. एन. पुरव मार्ग, मैनखुर्द, मुंबई – 400 088

डॉ. ए.डी. तिवारी, *प्रवाचक,* शैक्षिक मापन एवं मूल्यांकन विभाग (डी. ई. एम. ई.), एन.सी.ई.आर.टी., श्री अरविंद मार्ग, नई दिल्ली–110016

डॉ. वी. पी. सिंह, *प्रवाचक,* विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग (डी. ई. एस. एम.), एन.सी.ई.आर.टी., श्री अरविंद मार्ग, नई दिल्ली–110016

डॉ. रंजना अरोड़ा, *प्रवाचक,* पाठ्यचर्या समूह, एन. सी. ई. आर. टी., श्री अरविंद मार्ग, नई दिल्ली–110016

श्री मनोज मोहन, पी. डी.–64/सी., पीतमपुरा, दिल्ली–110 088

विषय - सूची

सार संक्षेप ...v

राष्ट्रीय फोकस समूह के 'गणित शिक्षण' के सदस्यों के नाम ...vii

1. गणित शिक्षा के लक्ष्य ...1

2. एक दृष्टि कथन ...2

3. एक संक्षिप्त इतिहास ...3

4. गणित के शिक्षण और सीखने की समस्याएँ ...4

   4.1 भय और असफलता ...4

   4.2 निराशाजनक पाठ्यचर्या ...5

   4.3 अपरिष्कृत मूल्यांकन ...6

   4.4 शिक्षक की अपर्याप्त तैयारी ...6

   4.5 अन्य व्यवस्थागत समस्याएँ ...7

5. सिफ़ारिशें ...8

   5.1 ऊँचे लक्ष्यों की ओर ...8

   5.2 सभी के लिए गणित ...12

   5.3 शिक्षकों का समर्थन ...13

6. पाठ्यचर्या विकल्प ...14

   6.1 प्राथमिक स्तर ...14

   6.2 उच्चतर प्राथमिक स्तर ...16

   6.3 माध्यमिक स्तर ...17

   6.4 उच्चतर माध्यमिक स्तर ...18

   6.5 गणित और गणितज्ञ ...19

7. निष्कर्ष ...19

   संदर्भ ...20

1. गणित शिक्षा के लक्ष्य

स्कूलों में गणित शिक्षा के मुख्य लक्ष्य क्या हैं? सरल शब्दों में, एक मुख्य लक्ष्य है–बच्चे की विचार प्रक्रिया का गणितीकरण। डेविड व्हीलर के शब्दों में ''बहुत सारी गणित जानने के बजाय यह जानना अधिक उपयोगी है कि गणितीकरण कैसे किया जाए।''[1]

जार्ज पोल्या के अनुसार हम स्कूली शिक्षा के दो तरह के उद्देश्यों के बारे में सोच सकते हैं: पहला, अच्छा और *संकीर्ण उद्देश्य* है – रोज़गार योग्य ऐसे वयस्कों का निर्माण करना जो सामाजिक और आर्थिक विकास में योगदान दे सकें, और दूसरा *ऊँचा उद्देश्य* है – बढ़ते बच्चे के आंतरिक संसाधनों का विकास करना।[2] स्कूली गणित के परिप्रेक्ष्य में पहला उद्देश्य विशिष्टत: संख्यात्मकता से संबंधित है। प्राथमिक स्कूल अंक और उन पर संक्रियाएँ, मात्राओं का मापन, भिन्न, प्रतिशत और अनुपात सिखाते हैं: ये सभी संख्यात्मकता के लिए महत्त्वपूर्ण हैं।

परन्तु ये उद्देश्य क्या हैं? बच्चे के आंतरिक संसाधनों के विकास में जो भूमिका गणित निभा सकता है वह है सोच (चिंतन) का विकास करना। गणितीय उपक्रम में विचारों की स्पष्टता और तार्किक निष्कर्षों तक पहुँचने में पूर्वानुमानों पर कार्य करना मुख्य है। सोचने के कई तरीके हैं, और जिस तरह की योग्यता कोई गणित में सीखता है वह है अमूर्त विचारों के साथ काम करना।

इससे भी ज्यादा महत्त्वपूर्ण यह है कि गणित कार्य करने की विधियाँ देता है। गणितीय समस्याओं को हल करने की योग्यता प्रदान करता है, और ज़्यादा सामान्य रूप में, समस्या समाधान के लिए सही अभिवृत्ति और सभी प्रकार की समस्याओं को व्यवस्थित रूप से हल करने की योग्यता भी देता है।

यह ऐसी पाठ्यचर्या की माँग करता है जो महत्वाकांक्षी, सुसंगत हो और महत्त्वपूर्ण गणित सिखा सके। महत्त्वाकांक्षी इस अर्थ में हो कि यह मात्र संकीर्ण उद्देश्य को प्राप्त करने के बजाय ऊपर उल्लेखित ऊँचे उद्देश्य को प्राप्त कर सके। यह सुसंगत इस अर्थ में होना चाहिए कि विभिन्न प्रकार की विधियाँ और कौशल जो कि (अंकगणित, बीजगणित, ज्यामिति में) उपलब्ध हैं संयुक्त रूप से बच्चे को हाई स्कूल में विज्ञान और सामाजिक विज्ञान में आनेवाली समस्याओं को हल करने में सहायता दे सकें। यह महत्त्वपूर्ण इस अर्थ में होना चाहिए कि विद्यार्थी ऐसी समस्याओं को हल करने की आवश्यकता महसूस करें, विद्यार्थी और शिक्षक इन समस्याओं को हल करने में अपने समय और ऊर्जा देना उचित समझें और गणितज्ञ इसे एक गतिविधि समझें जो गणितीय रूप से लाभकर हो। ध्यान दें कि ऐसा महत्त्व अपने-आप ही नहीं समझ आएगा, पाठ्यचर्या ही इसे आकार देने में सहायता कर सकती है। इन सभी आवश्यकताओं का एक महत्त्वपूर्ण निष्कर्ष यह है कि स्कूली गणित गतिविधियों पर केंद्रित होना चाहिए।

भारतीय संदर्भ में जो एक और मुख्य चिंता है जिसका प्रभाव स्कूली शिक्षा के सभी क्षेत्रों पर है, वह है **स्कूली शिक्षा का सार्वभौमिकरण**। पाठ्यचर्या पर चर्चा में उसके दो महत्त्वपूर्ण बिंदु निहितार्थ हैं, विशेषकर गणित में। पहला है स्कूली शिक्षा विधिक अधिकार है और अध्ययन में गणित एक अनिवार्य विषय है, इसलिए अच्छी गणित शिक्षा हर बच्चे का अधिकार है। भारतीय परिस्थितियों में जहाँ कुछ ही बच्चों की पहुँच महँगे सामानों तक होती है। हम चाहते हैं गणित शिक्षा सभी वहन कर सकें और साथ ही यह आनन्ददायक हो। इसका आशय है कि गणित शिक्षा बच्चे की जीवंत वास्तविकताओं में स्थित हो, और व्यवस्था बच्चे के बजाय विषय को ज़्यादा अहमियत न दे, बल्कि इसका उल्टा करे।

दूसरा, इस देश में जहाँ प्रारंभिक चरण में आधे बच्चे स्कूल छोड़ देते हैं, गणित की पाठ्यचर्या केवल उच्चतर माध्यमिक और विश्वविद्यालयी शिक्षा की तैयारी के लिए निर्मित नहीं होनी चाहिए। यदि हम अगले दशक में अपने अभीष्ट सार्वभौमिकरण के लक्ष्यों को भी प्राप्त कर लेते हैं तो भी हमारे पास कक्षा 8वीं के बाद स्कूली व्यवस्था को छोड़ने वाले बच्चों का एक बड़ा अनुपात होगा। अत: यहाँ यह पूछना उचित होगा कि ऐसे बच्चों को बाद में अपने जीवन में आने वाली चुनौतियों का सामना करने के लिए आठ वर्षों की गणित शिक्षा क्या देती है?

जीवन कौशल और जीविका से स्कूली शिक्षा के संबंध के बारे में बहुत कुछ लिखा गया है। यह निश्चित रूप से सच है कि प्राथमिक स्तर पर पढ़ाए गए कई कौशल दैनिक जीवन में उपयोगी होते हैं। तथापि पीछे बताए गए उच्च लक्ष्यों पर विचार करते हुए पाठ्यचर्या के पुन: उन्मुखीकरण से बच्चों द्वारा स्कूली समय का बेहतर उपयोग होगा, इस रूप में कि यह बच्चों में समस्या समाधान और विश्लेषण कौशल निर्मित करेगा तथा उन्हें जीवन में आने वाली विभिन्न प्रकार की समस्याओं को बेहतर तरीके से हल करने के लिए तैयार करेगी।

पाठ्यचर्या की रूपरेखा में गणित शिक्षा के स्थान के बारे में हमारा चिंतन इन जुड़वाँ सरोकारों पर आधारित हैं : एक, प्रत्येक छात्र के मस्तिष्क को व्यस्त रखने के लिए गणित शिक्षा क्या कर सकती है और दूसरा कि यह उसकी आंतरिक शक्तियों को किस प्रकार मजबूत कर सकती है। स्कूल में हम गणित शिक्षा के प्रति अपना दृष्टिकोण समझाते हैं, विचारणीय मुख्य क्षेत्रों को वर्णित करने का प्रयास करते हैं और इन जुड़वाँ परिप्रेक्ष्यों पर आधारित सरोकारों को संबोधित करने हेतु सिफ़ारिशें करते हैं।

हमारे बहुत से विचार एन.सी.टी.एम., संयुक्त राज्य अमेरिका[3], द न्यूजर्सी मैथेमैटिक्स कॉएलिशन[4], केलिफोर्निया स्टेट बोर्ड ऑफ़ एजुकेशन[5] के गणित शैक्षिक विषयवस्तु मानक, सिंगापुर गणित पाठ्यचर्या[6], दि मैथेमैटिक्स लर्निंग एरिया स्टेटमेंट्स ऑफ़ आस्ट्रेलिया एंड न्यूजीलैंड[7] और नेशनल करीकुला ऑफ़ फ्रांस, हंगरी[8], और यूनाइटेड किंगडम[9], में गणित पाठ्यचर्या पर चर्चाओं से निर्मित हुए हैं। फेरीनि-मुंडे तथा उनके सहयोगियों ने फ्रांस के गणित की राष्ट्रीय पाठ्यचर्या और शिक्षण क्रियाओं की ब्राजील, मिस्र, जापान, केन्या, स्वीडन और यू.एस.ए.[10] से तुलना कर एक रुचिपूर्ण चर्चा प्रस्तुत की।

2. एक दृष्टि कथन

हमारी दृष्टि में स्कूली गणित उन परिस्थितियों में होता है, जहाँ :

- बच्चे *गणित में आनंद लेना सीखें :* यह एक महत्त्वपूर्ण लक्ष्य है जो कि इस आधार वाक्य पर आधारित है कि गणित का जीवन भर उपयोग और आनंद लिया जा सकता है, और इसलिए इस प्रकार का स्वाद पैदा करने के लिए स्कूल उचित जगह है। दूसरी तरफ गणित के प्रति भय उत्पन्न करना (या इसे दूर न करना) बच्चों को जीवन की एक अहम और ज़रूरी योग्यता से वंचित कर सकता है।
- बच्चे *महत्त्वपूर्ण गणित सीखें :* गणित को सूत्रों और यांत्रिक क्रियाओं तक सीमित रखना बहुत नुकसान पहुँचाता है। किसी गणितीय तकनीक का कहाँ तथा कैसे उपयोग करना है, इस चीज को समझना ज़्यादा महत्त्वपूर्ण है न कि उस तकनीक को याद रखना (जो कि किसी पुस्तक का उपयोग करके आसानी से किया जा सकता है)। स्कूल को ऐसी समझ पैदा करने की ज़रूरत है।
- बच्चे गणित को इस रूप में देखें कि इसके बारे में वे बात करें, संप्रेषण करें, आपस में चर्चा करें, और उस पर मिलकर कार्य करें। गणित को *बच्चे के जीवनानुभवों का एक अंश बनाना* सबसे अच्छी गणित शिक्षा है।
- बच्चे *अर्थपूर्ण गणितीय समस्याएँ प्रस्तुत तथा हल करें :* स्कूल में गणित ऐसा क्षेत्र है जो औपचारिक रूप से सवाल हल करने की कुशलता पर केंद्रित है। यदि इसे किसी के जीवन में उपयोग में आने वाली एक योग्यता के रूप में समझें तो स्कूल में सीखी गई तकनीक और विधियों का महत्त्व बढ़ जाता है। गणित रुचिपूर्ण समस्याएँ बनाने का भी अवसर देता है और नए संवाद निर्मित करता है।
- बच्चे संबंधों को समझने में, संरचना को देखने, वस्तुओं के बारे में तर्क करने में, कथनों की सत्यता या असत्यता पर तर्क करने में, अमूर्तनों का प्रयोग करें। *तार्किक चिंतन* महान उपहार है जो गणित हमें प्रदान कर सकता है, और इस प्रकार के विचार और संप्रेषण की आदतें बच्चों में विकसित करना गणित शिक्षा का मुख्य उद्देश्य है।
- बच्चे *गणित की मूल संरचना* को समझें : अंकगणित,

बीजगणित, ज्यामिति और त्रिकोणमिति जो कि स्कूली गणित के मुख्य क्षेत्र हैं सभी अमूर्तीकरण, संरचना-निर्माण और सामान्यीकरण की क्रियाविधि प्रदान करते हैं। गणित के क्षेत्र और शक्ति के महत्त्व की समझ हमारी प्रवृत्तियों को अद्वितीय रूप से निखारेगी।

- शिक्षक कक्षा में हर छात्र की शैक्षिक गतिविधियों से जुड़ाव की अपेक्षा रखे: इससे कम पर समझौता करने का मतलब होता है कि वह भविष्य में विद्यार्थियों को व्यवस्थित विलगाव की ओर ले जाएगा। मेधावी बच्चों को उनके स्तर के अनुकूल चुनौतियाँ प्रदान करते हुए सभी बच्चों की सहभागिता सुनिश्चित करना खुद में एक चुनौती है। अध्यापकों को साधन और संसाधनों को प्रदान करना शिक्षण तंत्र की सेहत के लिए आवश्यक है।

यह दृष्टि (विज़न) हमारे देश में स्कूली शिक्षा को प्रभावित करने वाली केंद्रीय समस्याओं के निदान पर आधारित है। यह सारी इस सोच पर आधारित है कि क्या किया जा सकता है, तथा क्या किया जाना चाहिए।

इसके पूर्व कि हम विज़न (दृष्टि) प्रस्तुत करें, गणित पाठ्यचर्या के ढाँचों के इतिहास पर एक सरसरी नजर डाल लेना युक्तिसंगत होगा।

3. एक संक्षिप्त इतिहास

शब्दोपत्ति शास्त्र की दृष्टि से कॅरिकुलम (पाठ्यचर्या) शब्द की उत्पति लैटिन शब्द से हुई है जिसका अर्थ होता है दौड़ का मैदान। यहाँ दौड़ यानी रेस शब्द समय और मार्ग का द्योतक है। पाठ्यचर्या को वास्तव में एक तय समय के अंदर दिए हुए पाठ्यक्रम को पूरा किए जाने से जोड़कर देखा जाता है। लेकिन अध्ययन क्षेत्र के रूप में पाठ्यचर्या का विकास 1890 के दशक से शुरू हुआ। यह अलग बात है कि शिक्षा के चिंतक और विचारक सदियों से इस क्षेत्र में रुचि रखते रहे तथा खोज करते रहे। जर्मन विचारक जोहान फ्रेडरिक हरबर्ट (1776-1841) को पाठ्यचर्या क्षेत्र के विकास से जोड़कर देखा जाता है। हरबर्ट ने अपने शिक्षण/अधिगम सिद्धांतों में विषयवस्तु के चयन और संगठन पर बल दिया है। पाठ्यचर्या पर केंद्रित पहली पुस्तक *दि कॅरिकुलम* फ्रैंकलिन बॉबिट द्वारा लिखित 1918 में प्रकाशित हुई तथा उसके बाद 1924 में *हाउ टु मेक कॅरिकुलम* छपी। अमेरिका में 1926 में *नेशनल सोसाइटी ऑफ़ द स्टडी ऑफ एजुकेशन* ने *दि फाउंडेशन एंड टेकनिक ऑफ़ कॅरिकुलम कंस्ट्रक्शन* विषय पर वार्षिक पुस्तिका प्रकाशित की। इस तरह 1890 से शुरू होकर पाठ्यचर्या विकास आंदोलन पूरी दुनिया का एक सशक्त आंदोलन बन गया।

ऐतिहासिक संदर्भ में स्कूल व्यवस्था अपेक्षाकृत एक नया शब्द है जो विगत दो सौ सालों में विकसित हुआ तथा वजूद में आया। इसके पहले पश्चिमी देशों में कुछ स्कूल थे जो धार्मिक संगठनों से संबद्ध थे। इन स्कूलों का मकसद था पढ़ा-लिखा पुरोहित पैदा करना। गणित में रुचि पुरानी और अल्पविकसित थी। इसमें विभिन्न तरह की संख्याएँ, विभिन्न आकृतियाँ तथा धार्मिक क्रियाकलापों की तिथियों को तय करने में मदद के लिए खगोल विज्ञान की पर्याप्त जानकारी शामिल थी। लेकिन **भारत में शिक्षा पद्धति पूर्णरूपेण विकसित और एक स्थापित सामाजिक प्रक्रिया थी।** अंकगणित तथा खगोल विज्ञान इसके मुख्य अंग थे। धार्मिक क्रियाकलापों तथा बलियों के लिए पावन समय तय करने के लिए खगोल विज्ञान ज़रूरी माना जाता था। विभिन्न प्रकार के 'हवन कुंड' तथा बलिवेदी तैयार करने के लिए ज्यामिति पढ़ायी जाती थी। अंग्रेजों के आगमन के साथ शिक्षा प्रणाली में व्यापक बदलाव आए। भारतीयों को शिक्षित करने के लिए पश्चिमी शिक्षा पद्धति की तर्ज़ पर पढ़ाई शुरू की गई जिससे अंग्रेज़ी शासन का कामकाज सुचारु रूप से चल सके।

लेकिन गणित में ज़्यादातर पाठ्यचर्या का विकास पिछले तीस/चालीस वर्षों में हुआ है। यह नयी तकनीकी क्रांति की वज़ह से हुआ है जिसका औद्योगिक क्रांति के रूप में समाज पर प्रभाव पड़ा है। इसलिए आधुनिक तकनीकी की वज़ह से शैक्षिक उद्देश्यों पर फिर से विचार करने की ज़रूरत है जिससे पाठ्यचर्या विकास की प्रक्रिया गतिशील हो सके। सूक्ष्म दृष्टि से देखें तो गणित

स्वयं भी नयी तकनीकों से प्रभावित है क्योंकि नयी तकनीकों के विकास के साथ ही नयी गणितीय शाखाओं का विकास हुआ तथा 'समय की बर्बादी' करने वाली तकनीकों का उपयोग कम हुआ। इसके अलावा प्रौद्योगिकी में होने वाले नए विकास के साथ कदम मिलाकर चलने के प्रयास में भी गणित शिक्षण प्रभावित होता है। इससे अधिक पूरे विश्व में गणित की पाठ्यचर्या में एक भारी समानता है। इसका परिणाम यह होता है कि पाठ्यचर्या विकसित करने वालों द्वारा किया गया कोई भी बदलाव अन्य लोगों द्वारा भी अपनाया या नकल किया जाता है। उदाहरण के लिए, भारत में नयी गणित की एक लहर चली थी। बाद में अन्य देशों की प्रवृत्तियों का अनुसरण करते हुए नयी गणित की लहर यहाँ भी कम हो गई। पाठ्यक्रम विकास की विभिन्न प्रवृत्तियों को देखते हुए हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि यह एक स्थिर प्रक्रिया नहीं है बल्कि एक गतिशील प्रक्रिया है और इसका फोकस सूचनापूर्ण सामग्री के चयन और संगठन से हटकर एक ऐसी पाठ्यचर्या के विकास की ओर हो गया है जो 'जीवन को उसकी वास्तविकता में प्रकट कर सके।'

वर्ष 1937 में जब गांधी जी ने बुनियादी शिक्षा का विचार दिया तो उनके विचारों को विस्तार देने के लिए ज़ाकिर हुसेन कमेटी गठित की गई। इसने सुझाव दिया: 'गणित का ज्ञान किसी भी पाठ्यचर्या का आवश्यक भाग है। प्रत्येक बच्चे से यह अपेक्षा की जाती है कि वह दस्तकारी के काम या व्यक्तिगत तथा समुदाय की चिंताओं तथा क्रियाकलापों के लिए ज़रूरी गणनाएँ खुद कर सकें।' सन् 1952 में नियुक्त किए गए माध्यमिक शिक्षा आयोग ने भी स्कूलों में अनिवार्य विषय के रूप में गणित की आवश्यकता पर बल दिया।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 1968 के सुझावों को ध्यान में रखते हुए जब एन.सी.ई.आर.टी ने अपना ''कॅरिकुलम फॉर 10 ईयर स्कूल'' प्रकाशित किया तो उसमें इस बात पर बल दिया गया कि स्वचालन और सायबरीकरण की इस सदी के आगमन से नयी औद्योगिक क्रांति की शुरुआत के चिह्न दिख रहे हैं। यह गणित के अध्ययन पर विशेष ध्यान दिए जाने के लिए और ज़रूरी है। इसने गणित शिक्षण में खोजी दृष्टिकोण पर जोर दिया।

राष्ट्रीय शिक्षा नीति 1986 ने इसे आगे बढ़ाते हुए कहा: गणित को बच्चे को सोचने, तर्क करने, विश्लेषण करने और तार्किक रूप से बोलने के लिए प्रशिक्षित करने के साधन के रूप में देखा जाना चाहिए। इसे एक विशिष्ट विषय के अलावा दूसरे विषयों के सहगामी के रूप में देखा जाना चाहिए जिनमें विश्लेषण और तर्क की ज़रूरत होती है।

विद्यालयी शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूपरेखा (एन.सी.एफ.एस.ई.) 2000 का दस्तावेज़ भी इन भावनाओं को प्रकट करता है। इन उपदेशों के इतिहास के बावजूद गणित शिक्षा कुल मिलाकर वैसी ही रही है, संकीर्ण लक्ष्यों पर केंद्रित।

4. गणित के शिक्षण और सीखने की समस्याएँ

हमारे स्कूलों में गणित शिक्षा के किसी भी विश्लेषण से कई समस्यात्मक मुद्दों की पहचान की जा सकती है। इन मुद्दों को समझने के लिए हम निम्न 4 मुख्य समस्याओं पर प्रकाश डालेंगे जिन्हें हम अपनी चिंता के मूल क्षेत्र मानते हैं :

1. ज़्यादातर बच्चों में गणित को लेकर डर व असफलता का भाव।
2. पाठ्यचर्या, जो छोटे-से प्रतिभाशाली वर्ग के साथ ही असहभागी बड़े वर्ग, दोनों को ही निराश करती है।
3. मूल्यांकन की अपरिष्कृत विधियाँ जो गणित को यांत्रिक गणनाओं के रूप में देखने के दृष्टिकोण को बढ़ावा देती हैं।
4. गणित शिक्षण में शिक्षकों की तैयारी और सहायता का अभाव। इसमें से प्रत्येक के विस्तार की आवश्यकता है क्योंकि वे पाठ्यचर्या ढाँचे को आवश्यक रूप से प्रभावित करता है।

4.1 भय और असफलता

यदि अध्ययन का कोई भी विषय विस्तृत भावनात्मक टिप्पणी को आमंत्रित करता है तो वह गणित है। जबकि

तमिल में शिक्षित कोई भी व्यक्ति खुलेआम किसी *तिरक्कुरल* की अनभिज्ञता स्वीकार नहीं करेगा (या कम से कम बिना किसी शर्म के एहसास के तो कतई नही), उसी तरह किसी व्यक्ति के लिए गर्व से यह कहना कि वह कभी गणित नहीं सीख पाया, बड़ा मुश्किल है। ऐसे में जबकि ये वयस्क अभिवृत्तियाँ हो सकती हैं, बच्चों में (जो कि गणित की परीक्षा उतीर्ण करने के लिए बाध्य हैं), गणित को लेकर अक्सर चिंता और भय होता है। गणित की चिंता और 'मैथ फोबिया' पदों का उपयोग लोकप्रिय साहित्यों में किया गया है।[11]

भारतीय संदर्भ में ऐसी चिंताओं के विशेष आयाम हैं। प्रारंभिक शिक्षा का सार्वभौमिकरण एक राष्ट्रीय प्राथमिकता और प्रारंभिक शिक्षा एक वैधिक अधिकार है। इन दोनों के एक साथ होने की इस ऐतिहासिक परिस्थिति में बच्चों को विद्यालय से विमुख करने और उनकी असहभागिता में योगदान देने और अंततः उन्हें तंत्र का बहिष्कार करने के लिए प्रेरित करने वाले सभी पहलुओं पर ध्यान देने के लिए गंभीर प्रयास किए जाने चाहिए। यदि विद्यालय में पढ़ाया जाने वाला कोई भी विषय इस प्रक्रिया में सार्थक भूमिका निभाता है तो गणित का भय इस सूची में अवश्य ही सबसे पहले स्थान पर रखा जाएगा।

ऐसा भय असफलता के बोध से बड़े निकट से जुड़ा है। कक्षा 3 व 4 से अधिकांश बच्चे गणित की माँगों को पूरा करने में स्वयं को कमज़ोर तथा अयोग्य पाते हैं। उच्चतर विद्यालय में जो बच्चे साल के अंत में होने वाली परीक्षाओं में केवल एक या दो विषयों में अनुत्तीर्ण होते हैं और इस कारण रोक दिए जाते हैं, उनमें सबसे ज़्यादा होते हैं गणित में अनुत्तीर्ण होने वाले बच्चे। यह आँकड़ा कक्षा 10 तक जारी रहता है, उस समय तक, जब तक भारतीय राज्य विद्यार्थी को शिक्षा का प्रमाण-पत्र नहीं देते। बोर्ड परीक्षाओं में असफलता के कारणों में गणित सबसे बड़ा कारण है।

स्कूल में गणित के प्रति डर की क्या वज़हें हैं, इस पर कई अध्ययन और विश्लेषण किए गए हैं। इनमें प्रमुख है गणित की संचयी प्रकृति। यदि आपको दशमलव में कठिनाई है तो आपको प्रतिशत भी कठिन लगेंगे। यदि आपको प्रतिशत कठिन लगते हैं तो आपको बीजगणित में भी कठिनाई होगी। और इसी प्रकार गणित के अन्य प्रकरण भी कठिन लगेंगे। एक अन्य मुख्य कारण प्रतीकात्मक भाषा का प्रभुत्व। जब प्रतीकों को बिना समझे प्रयुक्त किया जाता है तो एक समय के बाद कई बच्चों पर नीरसता और घबराहट हावी होने लगती है और मनोविच्छेद/पार्थक्य विकसित होता है।

भारतीय शिक्षा प्रणाली में, गणित में असफलता सामाजिक सूचकों के रूप में भी प्रकट होती है। भारतीय शिक्षा में संरचनात्मक समस्याएँ, वर्ग, जाति और लिंग के आधार पर सामाजिक भेदभाव को भी दर्शाती हैं और इसमें योगदान देती हैं। प्रचलित सामाजिक प्रवृत्तियाँ जो लड़कियों को गणित की दृष्टि से अयोग्य मानती हैं या, जो सदियों से ऊँची जातियों को औपचारिक अभिकलनी योग्यताओं से जोड़ती रही हैं, इन असफलताओं को और अधिक गहरा करती हैं।

पाठ्यपुस्तकों में प्रयोग में लाई गई भाषा से उत्पन्न समस्याओं का खास उल्लेख किया जाना चाहिए। देश के बच्चों के एक बहुत बड़े भाग के लिए गणित में उपयोग की गई भाषा उनकी रोज़मर्रा की भाषा से बहुत अलग होती है और मुख्यतः प्राथमिक स्तर पर अप्रीतिकर होती है। यह अपने आप में बच्चों को गणित से अलग करने का मुख्य कारण बन जाती है।

4.2 निराशाजनक पाठ्यचर्या

कोई भी गणित पाठ्यचर्या जो समझने से ज़्यादा ज़ोर विधियों ओर सूत्रों के ज्ञान को देती है, और चिंता तथा निराशा को बढ़ाती है। स्कूली गणित की प्रचलित विधियों को देखें तो पाएँगे, बच्चों का एक बड़ा भाग ज़ल्दी ही चुपचाप हार मान लेता है। बचे हुए गणित में अनुतीर्ण होकर संतुष्ट हो जाते हैं या इसे अच्छे रूप में देखें तो निम्न स्तर बनाए रखते हुए उतीर्ण हो जाते हैं। इन बच्चों के लिए यह पाठ्यचर्या परीक्षा पास करने के लिए अस्थायी रूप से उधार लिए गए तथ्यों के भंडार की तरह है।

दूसरी ओर यह व्यापक रूप से स्वीकर किया जाता

है कि कुछ बच्चों में काफी कम उम्र से ही दूसरे विषयों की तुलना में गणित में अत्यधिक लगन और प्रतिभा नजर आती है।[12] ये वे बच्चे हैं जो क्वांटाइजेशन और बीजगणित को सरलता से लेते हैं तथा बड़ी आसानी से जारी रखते हैं।

पाठ्यचर्या ऐसे होनहार बच्चों को जो प्रदान करती है, वह भी निराशाजनक है। तथ्यात्मक गहराई तथा चुनौतियाँ न प्रदान करके पाठ्यचर्या उनकी अभिप्रेरणा का न्यूनतम उपयोग करने तक सीमित रखी जाती है। अधिगम विधियाँ उनके लिए आसान हो सकती हैं परंतु उनकी समझ तथा तर्क-क्षमता का उपयुक्त अभ्यास नहीं हो पाता।

4.3 अपरिष्कृत मूल्यांकन

हमने डर व असफलता की बात की। ऐसे में जबकि कक्षा में जो होता है वह कक्षा से अलग ज़रूर करता है, लेकिन उस तरह की घबराहट और आतंक नहीं पैदा करता जैसा कि परीक्षा करती है। ऊपर उल्लेखित अधिकांश समस्याएँ स्कूली गणित में विधि की तानाशाही और सूत्रों को रटने से संबंधित हैं। गणित में विधि के प्रभुत्व का मुख्य कारण मूल्यांकन व निर्धारण की प्रकृति है। परीक्षणों का निर्माण (केवल) विद्यार्थी के गणितीय विधि के ज्ञान और तथ्यों तथा सूत्रों के याद करने की क्षमता को जानने के लिए ही किया जाता है। स्कूली जीवन में परीक्षा में प्रदर्शन की महत्ता के मद्देनजर संकल्पना अधिगम की जगह प्रक्रियाजन्य याददाश्त ने ले ली है। वे बच्चे जो यह बदलाव सफलतापूर्वक नहीं कर पाते, तनाव का अनुभव करते हैं और असफलता का सामना करते हैं।

ऐसे में जबकि गणित एक ऐसा आधार है जहाँ बच्चे विद्यालय में औपचारिक तौर से समस्या समाधान कौशल सीख सकते हैं, यही केवल ऐसा क्षेत्र भी है जहाँ बच्चे प्रश्नों का उतर देते समय खेल सकते हैं। गणित में प्रत्येक प्रश्न का एक खास उत्तर होता है ऐसा देखा जाता है, उसे या आप जानते हैं या फिर नहीं जानते। भाषा में, सामाजिक विज्ञान में, या यहाँ तक कि विज्ञान में भी, आप प्रश्न को आंशिक तौर पर हल करने का प्रयास कर सकते हैं, अपना आधा अधूरा ज्ञान प्रकट कर सकते हैं (जैसा कि विद्यार्थी देखते हैं) परंतु गणित में ऐसा करने की कोई संभावना नहीं है। वास्तव में इस तरह की विचारधारा विद्यार्थियों के लिए चिंता की बात है।

आश्चर्यजनक रूप से जब गणित शिक्षा में इतना अधिक शोधकार्य चल रहा है और इससे शिक्षण-शास्त्र तथा पाठ्यचर्या में कुछ बदलाव आए हैं, हमारे स्कूलों में वह क्षेत्र जिसमें पिछले या उससे अधिक वर्षों के दौरान थोड़ा बहुत ही परिवर्तन आया है वह है गणित में मूल्यांकन पद्धतियाँ। यह महज संयोग नहीं है कि कक्षा VIII की तिमाही परीक्षा तथा कक्षा X की बोर्ड परीक्षा के प्रारूप में बहुत फ़र्क नहीं है। केवल यही नहीं पाठ्यपुस्तकों के अध्यायों के अन्त में दिए अभ्यास प्रश्नों का प्रारूप भी समान ही है। देखने में आता है कि हमेशा किसी सवाल को हल करने में एक सूचना का अनुप्रयोग निहित रहता है जो कि सतही जाँच हैं। यदि प्रणाली में कोई बुनियादी बदलाव होना है तो जाहिर है कि ऐसी पुरातन और अपरिष्कृत मूल्यांकन विधियों में व्यापक तौर पर संशोधन होना चाहिए।

4.4 शिक्षक की अपर्याप्त तैयारी

किसी दूसरे विषय के मुकाबले गणित शिक्षा, शिक्षक की अपनी तैयारी, उसकी अपनी गणित की समझ, गणित के स्वभाव की समझ तथा उसकी अपनी अध्यापन - विधा की तकनीकों पर बहुत हद तक निर्भर करता है। पाठ्यपुस्तक केंद्रित अध्यापन-विधा शिक्षक की स्वयं की गणितीय गतिविधि को सुस्त बना देती हैं।

गणित की पढ़ाई में कुछ खास कठिनाइयाँ होती हैं। प्राथमिक स्तर पर अधिकांश शिक्षकों की यह मान्यता होती है कि जितना ज़रूरी है, उतनी गणित उन्हें आती है और किसी विशेष शिक्षक प्रशिक्षण के अभाव में वे केवल उन्हीं विधियों और तरीकों को इस्तेमाल में लाते हैं जिन्हें उन्होंने अपने स्कूली जीवन में सीखा था। नतीजा यह होता है कि समय बदलने के साथ पठन-पाठन में कोई बदलाव नहीं आता तथा ये समस्याएँ जस की तस बनी रहती हैं।

माध्यमिक और उच्चतर माध्यमिक स्तर पर कुछ शिक्षक एक अलग तरह की स्थिति का सामना करते हैं। होता यह है कि उनके स्कूली समय से पाठ्यक्रम बहुत बदल चुके होते हैं और शिक्षकों के लिए व्यवस्थित और सतत शिक्षण कार्यक्रमों के अभाव में उनका मूलभूत ज्ञान अनेक संकल्पनात्मक क्षेत्रों में उतना मजबूत नहीं रहता। इससे वे बाज़ार में उपलब्ध नोट्स पर निर्भर करते हैं जो कि विद्यार्थियों के लिए बहुत मददगार सिद्ध नहीं होता।

ऐसे में जब शिक्षक की अपर्याप्त तैयारी व सहायता पूरे स्कूली गणित पर नकारात्मक प्रभाव डालती है, इसका नतीजा जो प्राथमिक स्तर पर होता है वह यह है: गणित अध्यापन–विधा, बाल मनोविज्ञान के अध्ययन परिणामों से बिरले ही मेल खाती है। उच्च प्राथमिक स्तर पर जब अमूर्तन की भाषा का रूपांतरण बीजगणित में हो जाता है, अपर्याप्त शिक्षक तैयारी औपचारिक गणित को अनुभवात्मक अधिगम से जोड़ पाने की असमर्थता के रूप में प्रतिबिंबित होती है। बाद में इसका प्रभाव गणित तथा दूसरे विषयों के साथ उसके संबंध स्थापित करने तथा विज्ञान में इसके अनुप्रयोग की अक्षमता के रूप में परिलक्षित होता है। इससे विद्यार्थी महत्त्वपूर्ण अभिप्रेरण और प्रोत्साहन से वंचित हो जाते हैं।

4.5 अन्य व्यवस्थागत समस्याएँ

हम कुछ अन्य समस्याओं के व्यवस्था जनित स्रोतों का संक्षेप में उल्लेख करना चाहेंगे। एक मुख्य समस्या है **कोष्ठीकरण** (कंपार्टमेंटलाइजेशन) : गणित के प्राथमिक स्कूल तथा हाईस्कूल के शिक्षकों के बीच बहुत ही कम संवाद हैं तथा हाईस्कूल तथा कॉलेज के अध्यापकों के बीच तो और भी कम संवाद हैं। ज़्यादातर स्कूली अध्यापकों ने तो गणित के शोधकर्ताओं को कभी देखा भी नहीं होगा, उनसे मिलना–जुलना तथा बातचीत तो दूर की बात है। वे लोग जो अध्यापक शिक्षा से जुड़े हैं वे कॉलेज या शोध गणित की दुनिया से बाहर हैं।

एक अन्य मुख्य समस्या है, **पाठ्यचर्या का गतिमान होना :** एक पीढ़ी पहले विद्यार्थी कॉलेज में आने पर कलन पढ़ते थे। उसके पहले की पीढ़ी में विश्लेषण ज़्यामिति को कॉलेज का गणित माना जाता था। परंतु ये सभी प्रकरण आज स्कूली पाठ्यक्रम के भाग हैं। ऐसी स्थिति में स्वाभाविक रूप से कुछ प्रकरण काट–छाँट दिए जाते हैं: आज ठोस ज़्यामिति या गोलीय ज्यामिति बहुत कम है। इस संकीर्णता का एक कारण यह है कि अंडरग्रेजुएट विज्ञान, अभियांत्रिकी व प्रौद्योगिकी में कलन व अवकल समीकरण बहुत अधिक महत्त्वपूर्ण होता है और इसलिए यह अनुभव किया गया कि इन प्रकरणों को जल्दी प्रारंभ करने से विद्यार्थियों को आगे इन्हें पढ़ने में सहायता मिलेगी। तर्क जो भी हो, **गणित शिक्षा का आकार चौड़े और गोलीय होने के स्थान पर ज़्यादा ऊँचा और तकुआकार हो गया है।**

हमने **जेंडर** को एक व्यवस्थागत मुद्दा माना था। यहाँ से थोड़ा विस्तार से समझना अच्छा होगा। गणित के बारे में एक धारणा है कि यह पुरुषों का क्षेत्र है। पाठ्यपुस्तकों में महिला गणितज्ञों के बारे में जानकारी न होने से इस धारणा को बल भी मिलता है। पाठ्यचर्या निर्माण में सामाजिक सरोकारों का अभाव भी एक कारण है तथा सवालों में महिलाओं के जीवन की अनुपस्थिति भी इस तरह की भावना पैदा करती है। गणित की पाठ्यपुस्तकों के एक अध्ययन से पता चला कि महिलाओं के कपड़ों के बारे में कोई बात नहीं थी जबकि बहुत से सवाल कपड़ों और उनकी खरीददारी, इत्यादि पर थे।[13]

कक्षाओं के ऊपर किए गए शोध भी बताते हैं कि लड़कियों को गणित में 'विशेषज्ञता' के योग्य न मानकर उनका व्यवस्थित अवमूल्यन होता है जबकि वे गणित में शाब्दिक और ज्ञानात्मक कार्य बहुत अच्छे से पूरा करती हैं। यह भी देखा गया है कि शिक्षक लड़कियों से अधिक लड़कों को संबोधित करते हैं जिससे पुरुष की आदर्श अधिगमकर्ता के रूप में पुष्टि होती है। जब अनुदेशनात्मक निर्णय शिक्षक के हाथ में होते हैं उनकी अधिगम योजनाएँ लिंग संबंधी धारणाओं सें ओतप्रोत होती हैं। लड़कों के साथ वे अधिक आविष्कृत समस्या समाधान युक्तियों का उपयोग करते हैं जिससे अधिक अच्छी तथ्यात्मक समझ प्रतिबिंबित होती है।[14] अध्ययन बताते हैं कि शिक्षक लड़कों की गणितीय 'सफलता' को 'योग्यता' से जोड़ कर देखते हैं

तथा लड़कियों की सफलता को उनके प्रयत्नों के रूप में देखते हैं।[15] कक्षा की बातचीत भी यह संकेत देती है कि किस तरह से गणित का 'पुलिंगीकरण' होता है और स्कूल में शैक्षिक प्रतियोगिताओं की धारणाएँ विकसित करने में जेंडर सिद्धांतों का गहरा प्रभाव पड़ता है।[16] गणित में अपने प्रदर्शन के साथ स्कूल की सफलता को चिह्नित करके भी लड़कियाँ निश्चित तौर पर घाटे में हैं।

5. सिफ़ारिशें

जहाँ समस्याओं और चुनौतियों की स्तुतिमाला ऊपर बताए गए दृष्टिकोण तक पहुँचने के लिए आवश्यक यात्रा की दूरी बढ़ाती है, वहीं ये हमें यह बताकर आशा भी बँधाती है कि हमें जाना कहाँ है तथा इसके लिए कौन-से कदम उठाने चाहिए।

हम यह संक्षेप में बताएँगे कि हमारे सुझाए हुए दृष्टिकोण को प्राप्त करने के लिए हमारे अनुसार की जाने वाली क्रियाओं के मुख्य निर्देश क्या होंगे। हम उन्हें पुन: चार मुख्य प्रसंगों में विभक्त करेंगे।

1. गणित शिक्षा का फोकस 'संकीर्ण' लक्ष्यों से हटाकर 'ऊँचे' लक्ष्यों की तरफ़ स्थानांतरित करना।
2. प्रत्येक विद्यार्थी को सफलता के भाव के साथ जोड़ना तथा साथ ही साथ उदीयमान गणितज्ञों के सामने संकल्पनात्मक चुनौतियाँ प्रदान करना।
3. आकलन पद्धतियों को बदलना जिससे विद्यार्थी के प्रक्रियात्मक ज्ञान के स्थान पर गणितीकरण योग्यताओं की परख हो।
4. विविध गणितीय संसाधनों से शिक्षकों का संवर्द्धन करना।

यहाँ पर कुछ विस्तार की आवश्यकता है। ऊपर जिन 'ऊँचे' लक्ष्यों की ओर स्थानांतरित करने का समर्थन किया गया है वह किस तरह बच्चों में गणित का भय दूर कर सकेगा? क्या वास्तव में यह संभव है कि हम एक ही साथ चुप्पी साधे बहुसंख्यक विद्यार्थियों तथा अभिप्रेरित अल्पसंख्यक विधार्थियों दोनों को संबोधित करें? हम ज्ञान के बजाय प्रक्रिया को किस तरह जाँच परख सकते हैं? हम नीचे इन मुद्दों पर संक्षिप्त में चर्चा करेंगे।

5.1 ऊँचे लक्ष्यों की ओर

संकीर्ण लक्ष्यों से ऊँचे लक्ष्यों की ओर जिस बदलाव की हम वकालत कर रहे हैं, उसे बेहतर तरीके से संक्षेप में इस प्रकार कहा जा सकता है कि यह बदलाव गणितीय विषयवस्तु से गणितीय अधिगम वातावरण की ओर है।

हमारे स्कूलों में पढ़ाए जाने वाले गणित के विषय क्षेत्र एक मजबूत नींव प्रदान करते हैं। इस बात पर विवाद हो सकता है कि किस स्तर पर क्या पढ़ाया जाता है और किस विशिष्ट प्रसंग पर विस्तार का स्तर क्या है लेकिन विषय क्षेत्र में (अंकगणित, बीजगणित, ज्यामिति, क्षेत्रमिति, त्रिकोणमिति, आँकड़ों का विश्लेषण) सभी आवश्यक घटक शामिल हैं, इस पर एक व्यापक सहमति है।

हमारे वर्तमान पाठ्यचर्या और शिक्षण-शास्त्र की आलोचना का मुख्य कारण गणितीय प्रक्रियाओं के संदर्भ में उसका असफल होना कहा जा सकता है। हमारा आशय यहाँ प्रक्रियाओं की पूरी श्रेणी से है: औपचारिक समस्या समाधान, स्वत: शोधन विधि (यूज ऑफ़ ह्यूरिस्टिक्स) का प्रयोग, अनुमान, और सन्निकटन, इष्तमीकरण (ऑप्टिमाइजेशन), प्रतिरूपों का उपयोग, दृश्यीकरण, निरूपण, तार्किक क्षमता और उपपत्ति (प्रमाण), संबंध स्थापित करना, तथा गणितीय संप्रेषण। इन प्रक्रियाओं को महत्त्व देने का मतलब कई चीजों में फ़र्क समझना है मसलन कि गणित करना और गणित छोड़ना, चिंतन का गणितीकरण और सूत्रों को कंठस्थ करना, सतही गणित और महत्त्वपूर्ण गणित, संकीर्ण लक्ष्यों के लिए काम करते हुए ऊँचे लक्ष्यों की ओर जाना।

स्कूली गणित में निश्चित रूप से अधिक ज़ोर तथ्यात्मक ज्ञान, प्रक्रियात्मक प्रवाह और संकल्पनात्मक समझ पर दिए जाने की ज़रूरत है। संकल्पनात्मक चीजों के इस्तेमाल से अनुभव तथा पूर्वज्ञान के जरिए नए ज्ञान का निर्माण होता है। लेकिन प्रक्रिया को तथ्यात्मक समझ व अनुभव पर आधारित ज्ञान के निर्माण की तुलना में अधिक महत्त्व दिया जाता है। इसे बच्चों में गणित के प्रति भय के मुख्य कारण के रूप में देखा जा सकता है।

वहीं दूसरी ओर समस्या समाधान, गतिविधियों और ऊपर बताई गई बातों से संबंधित विधियों पर ज़ोर देने से

अधिगम वातावरण का निर्माण होता है जो बच्चों की सहभागिता बढ़ाता है, उन्हें लगाए रखता है और उनमें सफलता का भाव पैदा करता है। इस तरह से हमारी कक्षाओं का रूपांतरण और पाठ्यक्रम का ऐसा डिज़ाइन जो ऐसे रूपांतरण के अनुकूल हो, हमारी सर्वोच्च प्राथमिकता होनी चाहिए।

5.1.1 प्रक्रियाएँ

हम जिन तरह-तरह की प्रक्रियाओं और उनका पाठ्यचर्या में स्थान का जिक्र कर रहे हैं, यहाँ उनकी व्याख्या करना उचित समझते हैं। ये प्रक्रियाएँ विषय-क्षेत्रों को आपस में जोड़ती हैं, लेकिन हम ज़ोर देना चाहेंगे कि वे गणित के लिए बहुत अहम है। इसे इसके विपरीत अर्थों में देखने की ज़रूरत है जिसमें गणित को सटीक लेकिन गूढ़ ज्ञान के रूप में देखा जाता है।

औपचारिक समस्या समाधान, कम से कम स्कूलों में केवल गणित के क्षेत्र में ही मौजूद है। परंतु भौतिक शास्त्र के पाठों के लिए माध्यमिक स्तर व बाद के स्तरों पर, गणित के बाहर ऐसी कोई स्थितियाँ नहीं हैं जहाँ बच्चे अपने को समस्या समाधान से जोड़ सकें। ऐसा होने के बावजूद यह सच है कि गणित एक महत्त्वपूर्ण 'जीवन कौशल' है जो स्कूल सिखा सकता है, गणित शिक्षा को इस बात के लिए और अधिक सजग होना चाहिए कि कौन-सी विधियाँ दी जा रही हैं। समस्या समाधान में केवल वही अभ्यास करना सम्मिलित है जो पाठ्यवस्तु की विशिष्ट परिभाषाओं के लिए उदाहरणस्वरूप आते हैं। बदतर, पाठ्यपुस्तक के सवाल विशेष युक्तियों के ज्ञान तक सीमित होते हैं जिनकी उस पाठ के बाहर कोई वैध ता नहीं होती।

दूसरी ओर, कई 'सामान्य तकनीकें' स्कूल के विभिन्न चरणों में पढ़ाई जा सकती हैं। तकनीकें जैसे अमूर्तन, सांख्यिकीकरण, अनुरूपता, प्रकरण विश्लेषण, सरल परिस्थितियों में रूपांतरण, यहाँ तक कि अनुमान और सत्यापन, कई समस्याओं के संदर्भ में उपयोगी हैं। इसके अतिरिक्त जब बच्चे विभिन्न प्रकार के उपगमन (समय के साथ) सीखते हैं तो वे साधन समृद्ध होते हैं तथा वे यह सीखते हैं कि कौन-सा उपगमन कब उपयुक्त होगा।

यह हमें **ह्यूरिस्टिक** या निश्चित नियमों की ओर ले जाता है। दुर्भाग्यवश गणित को 'शुद्ध' माना गया है जिसमें 'उचित सूत्र' का प्रयोग किया जाता है। किसी त्रिभुज के गुणधर्म का पता लगाने के लिए अकसर यह उपयोगी होता है कि पहले हम उस विशेष स्थिति का पता कर लें जिसमें अमुक त्रिभुज समकोण त्रिभुज है, फिर सामान्य मामले को देखें। ऐसी स्वत: शोध प्रणाली हमेशा कार्य नहीं करती लेकिन जब ये कार्य करती हैं तो कई अन्य सवालों का भी जवाब दे सकती हैं। जब हम गणित का उपयोग विज्ञान में करते हैं तो ऐसी स्वत: शोध प्रणाली के उदाहरण प्रचुर मात्रा में मिलते हैं। ज्यादातर वैज्ञानिक, अभियंता और गणितज्ञ स्वत: शोध प्रणाली का बहुत अधिक उपयोग करते हैं-यह एक एसा तथ्य है जो हमारी स्कूली पाठ्यपुस्तकों द्वारा सावधानी से छिपाया गया है।

राशियों के अनुमान और हलों के सन्निकटन को वैज्ञानिक आवश्यक कौशल मानते हैं जब सटीक हल मौजूद न हों। भौतिकविद फ़र्मी दैनिक जीवन पर आधारित अनुमान सवालों के निर्माण को प्रदर्शित करने के लिए विख्यात थे। वह यह भी बताते थे कि इन सवालों ने किस तरह से नाभिकीय भौतिकी में उनकी मदद की। वस्तुत: जब एक किसान किसी विशेष फसल से प्राप्त होने वाली उपज का अनुमान लगाता है तब अनुमान और सन्निकटन की विचारणीय विधियाँ उपयोग में लाई जाती हैं। स्कूली गणित ऐसे उपयोगी कौशलों के विकास व संवर्द्धन में एक सार्थक भूमिका अदा कर सकता है। लेकिन यह अफसोस की बात है कि यह करीब-करीब पूरी तरह से उपेक्षित है।

स्कूलों में इष्तमीकरण (ऑप्टीमाइजेशन) को एक कौशल के रूप में कभी भी नहीं पहचाना गया है। जब हम कुछ सामानों का एक सेट किसी तय रकम से कम में खरीदना चाहते हैं तो हम इष्टतमीकरण करते हैं। 100रु. में अ और ब, या स, द और य विभिन्न परिमाणों में खरीद सकते हैं, और हम निर्णय लेते हैं। दो विभिन्न रास्ते हमें एक ही स्थान तक ले जा सकते हैं और प्रत्येक

के विभिन्न लाभ या हानियाँ हैं। अधिकांश इष्टतमीकरण समस्याओं के लिए सटीक हल होना कठिन है, परन्तु **उपलब्ध सूचना के आधार पर बुद्धिमतापूर्ण चयन**, एक गणितीय कौशल है जो सिखाया जा सकता है। प्राय: ज़रूरी आंकिक या ज्यामितीय सुविधा उच्च प्राथमिक स्तर पर उपलब्ध होती है। ऐसी स्थितियाँ तथा योग्यताएँ विकसित करने से स्कूली गणित आनंदप्रद बन सकती है तथा इसे प्रत्यक्ष रूप से उपयोगी बनाया जा सकता है।

दृश्यीकरण और **निरूपण** पुन: ऐसे कौशल हैं जो गणित के पाठ्यक्रम के बाहर हैं और इसलिए गणित में इसे जितना अभी तक विकसित किया जा चुका है उससे और अधिक विकसित करने की आवश्यकता है। संख्याओं, आकारों व रूपों का उपयोग कर प्रतिमानीकरण करना गणित का सबसे अच्छा उपयोग है। ऐसे निरूपण में काल्पनिकता और तार्किक क्षमता होती है जिनसे आवश्यक बातों को स्पष्ट करने व अप्रासंगिक जानकारियों को दूर करने में सहायता मिलती है। खेद है कि निरूपण वहीं पढ़ाकर समाप्त कर दिए जाते हैं। उदाहरण के लिए समीकरण पढ़ाए जाते हैं, परंतु बल और त्वरण के बीच संबंध स्थापित करने में समीकरण का उपयोग कैसे किया जाए यह परीक्षण नहीं किया जाता। हमें उदाहरणों की आवश्यकता है जो बहुत से निरूपण प्रदर्शित कर सकें, जिससे सापेक्ष लाभ समझे जा सकें। उदाहरण के लिए, एक भिन्न को p/q के रूप में लिखा जा सकता है परंतु इसे संख्या रेखा (नंबर लाइन) पर एक बिंदु के रूप में भी देखा जा सकता है। दोनों निरूपण उपयोगी हैं और विभिन्न संदर्भों में उचित है। यह भिन्नों के बारे में सीखना, भिन्नों के अंकगणित से कहीं अधिक उपयोगी हैं।

यह हमें गणित के अंदर, गणित में तथा अध्ययन के दूसरे विषयों के मध्य संबंध स्थापित करने की आवश्यकता की ओर भी ले जाता है। बच्चे आँकड़ों के मध्य क्रियात्मक संबंधों के ग्राफ़ बनाना सीखते हैं परंतु भौतिक शास्त्र और रसायन शास्त्र में समीकरण पढ़ते समय ऐसे ग्राफ के विषय में सोचने में असफल रहते हैं। बीजगणित सारगर्भित प्रतिस्थापनीय विज्ञान कथनों को रेखांकित करने के लिए एक भाषा प्रदान करती है और कई बच्चों के लिए अभिप्रेरण का कार्य करती है। यूजीन विगनर ने एक बार विज्ञान में गणित की अतार्किक प्रभावकारिता के बारे में कहा था। बच्चों को यह तथ्य समझने की आवश्यकता है कि गणित विज्ञान में एक प्रभावकारी उपकरण है।

गणित में **व्यवस्थित तर्कण** को बहुत ज़्यादा रेखांकित नहीं किया जा सकता। यह गणितज्ञों की सौंदर्यशास्त्र और लालित्य की धारणाओं से विशिष्ट रूप से बँधा है। गणित में उपपत्ति (प्रूफ़) महत्त्वपूर्ण है परंतु निगमन से उपपत्ति की तुलना करना, जो कि स्कूलों में होती है, धारणा के साथ अन्याय है। कभी-कभी एक चित्र किसी उपपत्ति के लिए पर्याप्त होता है, एक रचना किसी दावे को मजबूती से सिद्ध करती है। उपपत्ति को एक प्रक्रिया के रूप में लेने की सामाजिक धारणा जो संशयपूर्ण विरोधी को सहमत करती है, वह गणित के अभ्यास में महत्त्वपूर्ण है। अत: स्कूली गणित को एक व्यवस्थित तरीके से तर्क-वितर्क के रूप में उपपत्ति को बढ़ावा देना चाहिए। तर्क विकसित करना, तर्कों का मूल्यांकन करना, निराधार कल्पनाओं को बनाना और उनकी जाँच करना और यह समझना कि तर्कण की कई विधियाँ हैं, यह उद्देश्य होना चाहिए।

प्रक्रिया का एक अन्य महत्त्वपूर्ण तत्व है **गणितीय संप्रेषण**। संक्षिप्त व सुस्पष्ट भाषा का प्रयोग और कठिन सूत्रीकरण गणितीय व्यवहार की महत्त्वपूर्ण विशेषताएँ हैं जो कि गणित शिक्षा की सहायता से प्रदान किए जाने वाले मूल्य हैं। गणित में विशिष्ट शब्दावली का उपयोग सुविचारित, सजग और विशिष्ट शैली में होता है। जैसे-जैसे बच्चे बड़े होते हैं, उन्हें ऐसी परिपाटी की सार्थकता की प्रशंसा व उसका उपयोग करना पढ़ाया जाना चाहिए। उदाहरणार्थ इसका अर्थ है कि किसी समीकरण के निर्माण को उतना ही महत्त्व मिलना चाहिए जितना कि हम उसके हल करने को देते हैं।

इन कौशलों और प्रक्रियाओं की चर्चा करते हुए हमने विभिन्न प्रकार के तरीकों, विधियों, हलों को अपनाने का सुझाव बार-बार दिया है। यह हमें स्कूली गणित को एक सही उत्तर, जो केवल एक पढ़ाई गई विधि से प्राप्त होता है, की निरंकुशता से स्वतंत्र कराने के अर्थ में महत्त्वपूर्ण लगता है। जब कई तरीके उपलब्ध हों तो

हम उनमें तुलना कर सकते हैं, यह फ़ैसला कर सकते हैं कि कौन-सी विधि कब उपयुक्त होगी और इस प्रक्रिया में अंतर्दृष्टि प्राप्त कर सकते हैं। और ऐसी बहुलता अधिकांश गणितीय संदर्भों में उपलब्ध है जो सभी विद्यालयों में प्राथमिक स्तर से प्रारंभ होती है। उदाहरण के लिए, जब हम 102 को 8 से भाग देना चाहते हैं तो यह हम लंबी भाग विधि से कर सकते हैं या पहले 10 से प्रयास करें, बाद में 15 से और यह निर्णय करें कि उत्तर इन दोनों के बीच में है और इस अंतर को कम करने के लिए कार्य करें।

यह जानना आवश्यक है कि गणितीय प्रतिस्पर्धा सामाजिक स्थितियों और उन गतिविधियों जिनसे अधिगम कराया जाता है, में स्थित होती है और आकार लेती है। अत: स्कूली गणित का बच्चों के सामाजिक वातावरण से निकट का संबंध होना चाहिए जहाँ वे दैनिक जीवन के भाग के रूप में गणितीय गतिविधियों में संलग्न रहते हैं। खुले हुए प्रश्न (ओपन एंडेड प्रॉब्लम्स), महत्त्वपूर्ण हैं जिसमें अपने तरीके शामिल हों, और केवल एक अंतिम, अद्वितीय, सही उत्तर पर पहुँचने पर आधारित न हो, क्योंकि वैधता जाँच के बाह्य स्रोत (शिक्षक, पाठ्यपुस्तकें, गाइड पुस्तकें) गणितीय दावों के लिए आदतन ढूँढ़े हुए नहीं हैं। एक ही तरीका सभी शिक्षार्थियों के लिए नुकसानदायक होता है परन्तु प्राय: लड़कियों के लिए खास तौर पर नुकसानदायक सिद्ध होता है।

5.1.2 गणित जो लोग इस्तेमाल करते हैं

ऊपर चर्चा की गई विधियों पर जोर देने से बच्चे आम जीवन में गणित की प्रासंगिकता को समझने योग्य बनते हैं। भारतीय गाँवों में यह आम तौर पर देखा जाता है कि जो लोग औपचारिक रूप से पढ़े-लिखे नहीं हैं वे मानसिक गणित की कई विधियों का उपयोग करते हैं। इन्हें लोक दशमलव प्रणाली कहा जा सकता है। यह केवल मानसिक अंक गणनाओं के लिए ही नहीं वरन् मापन, अनुमान, आकारों और सौंदर्यशास्त्र की समझ के लिए होता है। इन विधियों की समृद्धि की समझ से खुद बच्चे का गणित के प्रति दृष्टिकोण समृद्ध हो सकता है। कई बच्चे ऐसी परिस्थितियों में डूबे होते हैं जहाँ वे इन विधियों को देख व सीख सकते हैं और ऐसे ज्ञान को औपचारिक रूप से सीखे गए गणित से जोड़ सकते हैं, यह उनके लिए प्रेरणादायक और अतिरिक्त अभिप्रेरक हो सकता है।

उदाहरण के लिए, दक्षिण भारत में **कोलम्स** (सफ़ेद चूर्ण का उपयोग कर फर्श पर बनाई गई जटिल आकृतियाँ, जो उत्तर भारत की रंगोली के समान होती हैं, परंतु सामान्यतया बिना रंगों की होती हैं।) घर के सामने देखे जा सकते हैं। हर दिन एक नया कोलम बनाया जाता है और विभिन्न प्रकार के कोलमों का उपयोग किया जाता है। परंपरागत रूप से कोलम स्त्रियाँ बनाती हैं और कई तो प्रतिस्पर्धाओं में शामिल भी होती हैं। इन कोलमों का व्याकरण, वे जिन बंद वक्रों के वर्गों का उपयोग करती हैं, सममितियाँ जिन्हें वे इस्तेमाल करती हैं-ये वे बातें हैं जिन्हें स्कूलों में गणित शिक्षा में चर्चा में लाया जाना चाहिए और जिससे विद्यार्थियों को बहुत लाभ होगा। इसी प्रकार कला, वास्तुशास्त्र और संगीत भी कई जटिल उदाहरण प्रस्तुत करते हैं जो बच्चों को गणित के सांस्कृतिक आधारों को समझने में मददगार हो सकते हैं।

5.1.3 तकनीकी का उपयोग

तकनीकी गणितीय खोज में बहुत अधिक सहायता कर सकती है और इन साधनों का बुद्धिमतापूर्वक उपयोग कर विद्यार्थियों को व्यस्त रखा जा सकता है। कैलकुलेटर परंपरागत रूप से अंकगणितीय संक्रियाओं में सहायक होते हैं। वहीं यह भी सत्य है कि कैलकुलेटर का शिक्षाशास्त्रीय महत्त्व है। वास्तव में यदि कोई यह प्रश्न पूछे कि क्या परीक्षाओं में कैलकुलेटर ले जाने की अनुमति होनी चाहिए तो इसका उत्तर यह है कि परीक्षकों द्वारा ऐसे प्रश्न पूछना अनावश्यक है जिसमें कैलकुलेटर की आवश्यकता हो। इसके विपरीत निर्भय वातावरण में बच्चे कैलकुलेटर का उपयोग बीजगणितीय क्रियाओं की पुनरावृत्ति का अध्ययन करने में कर सकते हैं। उदाहरण के लिए, एक बड़े मनचाहे अंक को लेकर बार-बार उसका वर्गमूल निकाला जाए यह देखने के लिए कि

श्रृंखला 1 तक कितनी जल्दी पहुँचती है, तो यह रोचक होगा। यहाँ तक कि 'अस्त-व्यस्तता' (कैऑस) जैसी घटनाएँ भी इन पुनरुक्तियों से आसानी से समझी जा सकती हैं।

यदि साधारण कैलकुलेटर में इतनी संभावनाएँ हैं तो ग्राफिंग कैलकुलेटर और कंप्यूटरों के सामर्थ्य का गणितीय अन्वेषण में बहुत अधिक उपयोग हो सकता है। हालाँकि ये थोड़े महँगे हैं और हमारे देश में जहाँ बच्चों के एक बड़े भाग के पास एक नोटबुक से अधिक खरीदने की सामर्थ्य नहीं है, इसका प्रयोग विलासिता युक्त होगा। यहीं पर सरकार द्वारा उचित वैकल्पिक कम दर वाली तकनीकी उपलब्ध कराना उचित होगा। इस दिशा में शोध, स्कूली शिक्षा के लिए अत्यंत लाभकारी होगा।

यह समझना आवश्यक है कि गणित शिक्षा में कई तरह की प्रौद्योगिकी का उपयोग किया जाता है और कैलकुलेटर या कंप्यूटर इसका महज एक छोटा-सा भाग है। नोटबुक और श्यामपट्ट तो दूसरी चीज हैं, ग्राफ़ पेपर, जियो बोर्ड, गिनतारा (एबेकस), जयामिति बॉक्स आदि का उपयोग बहुत अहम है। डिजाइन तथा ऐसी सामग्रियों के उपयोग में नवाचार को प्रोत्साहन दिया जाना चाहिए जिससे स्कूली गणित शिक्षा आनंदप्रद और अर्थपूर्ण बन सके।

5.2 सभी के लिए गणित

एक व्यवस्थागत लक्ष्य जिसे रेखांकित करने तथा समाहित करने की जरूरत है, वह है सार्वत्रिक समावेश। उसका अर्थ है कि हम यह कथन स्वीकारें कि गणित शिक्षण तथा उसके उपचारात्मक तौर तरीकों में सामाजिक विभेदीकरण है। उदाहरणार्थ जेंडर-आधारित अभिवृत्तियाँ, जो लड़कियों के लिए गणित को ग़ैर महत्त्वपूर्ण समझती हैं, इन्हें विद्यालय में चुनौती दिए जाने की ज़रूरत है। भारत में, जाति आधारित भेदभाव भी इस सम्बन्ध में होता है तथा इस तरह की प्रवृत्तियों को कोई तंत्र चूक से भी सहन नहीं कर सकता।

समावेश एक आधारभूत सिद्धांत है। वे बच्चे, जिनकी आवश्यकताएँ विशिष्ट हैं, विशेषकर वे बच्चे जो शारीरिक या मानसिक रूप से असमर्थ हैं, उन्हें भी गणित सीखने का उतना ही अधिकार है जितना कि किसी अन्य बच्चे को। उनकी आवश्यकताओं (शिक्षा-शास्त्र, अधिगम सामग्री इत्यादी के संदर्भ में) पर गंभीरता से ध्यान दिए जाने की ज़रूरत है। गणित की संकल्पनात्मक दुनिया इन बच्चों के लिए बहुत खुशियाँ ला सकती है। इस बारे में यह हमारी जिम्मेदारी है कि हम उन्हें ऐसी शिक्षा से वंचित न होने दे।

गणित को सभी के लिए गंभीरता से लेने का एक महत्त्वपूर्ण निहितार्थ यह है कि पाठ्यपुस्तकों में उपयोग की भाषा भी बच्चों के भाषा प्रयोग के प्रति संवेदनशील हो। यह प्राथमिक शिक्षा के लिए नितांत ज़रूरी है तथा यह केवल पाठ्यपुस्तकों की बहुलता से ही हासिल किया जा सकता है।

कक्षाओं में बच्चों का एक बड़ा भाग गणितीय प्रक्रियाओं में सक्रिय रूप से भाग नहीं ले पाता। इस बड़े समूह को कक्षाओं में जुड़ाव के लिए सीखने के वातावरण की ओर बदलाव पर जोर दिया जा रहा है लेकिन इसका आशय किसी भी तरह से स्तर या मानकों में गिरावट, या उससे समझौते करने से नहीं है। हम यह सुझाव नहीं दे रहे हैं कि गणित की कक्षा में एक बड़े हिस्से को ऊबाने के स्थान पर पहले से ही अभिप्रेरित अल्पभाग को ऊबाया जाए। दूसरी ओर, एक ऐसा केस बनाया जा सकता है कि इस तरह की खुली समस्या परिस्थितियाँ निर्मित की जाएँ जो चुनौतियों में ज्यादा उतार-चढ़ाव दे सकें और इन थोड़े से बच्चों के लिए भी बहुत कुछ प्रदान करें।

यह व्यापक तौर पर स्वीकार किया जाता है कि गणितीय प्रतिभा की पहचान शुरू में ही की जा सकती है जो एक तरह से अन्य ज्यादा जटिल विषयों जैसे साहित्य और इतिहास में दृष्टिगोचर नहीं होती 'अर्थात्' प्रतिभाशाली बच्चों के लिए चुनौतिपूर्ण कार्य देना सम्भव है। कार्यो के इतिहास की अनदेखी की जा सकती है, आवश्यक मशीनरी न्यूनतम हो सकती है, तथा जिस तरह से ऐसी युवा प्रतिभाएँ अपनी अंतर्दृष्टि अभिव्यक्त करती हैं, उन्हें गणितीय जाँच के लिए विस्तार देने की ज़रूरत नहीं है।

यह सब कहने का आशय यह है कि सभी बच्चों के लिए उनकी रुचि के अनुसार चुनौतीपूर्ण सवाल देना

निश्चय ही सम्भव है। लेकिन यह व्यवस्थागत प्रक्रियाओं की माँग करती है, खास करके पाठ्यपुस्तकों में। भारत में केवल कुछ ही बच्चे हैं जिनकी पहुँच गणित की पाठ्यपुस्तकों के बाहर की गणितीय सामग्री तक है। इसलिए पाठ्यपुस्तकों की संरचना तैयार करते समय ऐसी विविधतापूर्ण विषय-वस्तु प्रदान करने की ज़रूरत है।

इसके अलावा ऐसे प्रतिभावान बच्चों की पहचान तथा उनके पोषण हेतु भी हमें कई तरह के तरीकों पर विचार करने की ज़रूरत है, खास तौर पर ग्रामीण अँचलों में, स्कूली घंटों के बाहर मदद के रूप में। प्रत्येक जनपद में ऐसे कुछ केंद्रों की ज़रूरत है जहाँ तक बच्चों की पहुँच तथा जहाँ समय-समय पर ऐसी गतिविधियाँ कराई जाती हों। ऐसी प्रतिभाओं का आपस में नेटवर्क बनाना भी उन्हें समृद्ध बनाने का एक अन्य तरीका है।

5.2.1 आकलन

चूँकि स्कूली शिक्षा के सभी वर्षों में गणित एक अनिवार्य विषय है, सभी विस्तृत मूल्यांकनों में सार्वत्रीकरण की चिंताओं का ध्यान रखा जाना चाहिए। चूँकि कक्षा 10 की बोर्ड परीक्षा का प्रमाण पत्र राज्य द्वारा दिया जाता है अत: इस परीक्षा में प्रमाणित असफलता के नतीज़ों पर गंभीरता से विचार करने की ज़रूरत है। शिक्षा परिदृश्य की वास्तविकताओं के मद्देनजर यह एक सत्य है कि बहुतों के लिए कक्षा 10 एक टर्मिनल बिंदु है। ऐसे में इन बच्चों के मूल्यांकन में उसी एकल मानक का प्रयोग, तथा हायर सेकेंडरी के लिए योग्यता का पैमाना तय करने के लिए इसी मानक का प्रयोग एक ऐसी बात है जिसका समर्थन नहीं किया जा सकता। ऐसे में जब सभी बच्चे 10 वर्ष की स्कूली पढ़ाई के प्रति कानूनी तौर पर बँधे हैं, तो राज्य द्वारा जारी 10वीं उत्तीर्ण के प्रमाण-पत्र को एक बुनियादी ज़रूरत के रूप में देखा जाना चाहिए न कि क्षमता तथा कुशलता के प्रमाण-पत्र के रूप में।

इन बातों को ध्यान में रखते हुए तथा गणित में उच्च असफलता की दर के मद्देनजर हमारा सुझाव है कि बोर्ड परीक्षा का स्वरूप और उसकी संरचना फिर से तय की जाए। यह सुनिश्चित किया जाना चाहिए कि हर नागरिक उत्तीर्ण हो तथा वह राज्य के प्रमाण-पत्र के योग्य बने। परीक्षा की लगभग आधी विषय-वस्तु को इसके अनुरूप बनाया जाना चाहिए।

यद्यपि बाकी की परीक्षा बच्चों के लिए वर्तमान के मुकाबले ज़्यादा चुनौतीपूर्ण होनी चाहिए। इसमें याददाश्त के बजाय सामर्थ्य तथा विशेषज्ञता पर जोर दिया जाना चाहिए। बोर्ड परीक्षाओं में तीव्र अभिकलनी योग्यता की जगह संकल्पनात्मक समझ का मूल्यांकन करने से पूरी प्रणाली के लिए एक संदेश जाएगा तथा समय के साथ इससे शिक्षा-शास्त्र में परिवर्तन भी होगा।

इन टिप्पणियों का संबंध स्कूल स्तर पर सभी तरह के समेकित इम्तिहानों के लिए भी है। एक विशिष्ट परीक्षण पैटर्न की जगह आकलन के तमाम तरीकों को प्रोत्साहित किया जाना चाहिए। इसके लिए बहुत सारे अनुसंधान, तथा तमाम तरह के आकलन नमूने तैयार करने और उन्हें लोगों तक पहुँचने की ज़रूरत है।

5.3 शिक्षकों का समर्थन

व्यवस्थागत परिवर्तन जिनकी हमने वकालत की है, उसके लिए शिक्षकों की तरफ से पर्याप्त समय ऊर्जा और मदद की ज़रूरत है। इस परिवर्तन को हासिल करने के लिए ऐसे पेशेवर विकास की केंद्रीय भूमिका है जिसमें शिक्षकों के विश्वास, अभिवृत्तियाँ, ज्ञान और अभ्यासों पर प्रभाव पड़े। इस अध्याय में दी गई दृष्टि को वास्तविकता में बदलने के लिए यह आवश्यक है कि पेशेवर विकास खास तौर पर गणित पर केंद्रित हो। कक्षा में आवश्यक सामग्री की समझ, शिक्षा की तकनीकें, तथा गणित शिक्षा के महत्त्वपूर्ण मुद्दे, सामान्य शिक्षक-प्रशिक्षण से नहीं प्राप्त होते।

ऐसी कई क्रियाविधियाँ हैं जिन्हें बेहतर शिक्षक सहायता और पेशेवर विकास के लिए सुनिश्चित करने के लिए प्रयोग में लाए जाने की आवश्यकता है। परंतु महत्त्वपूर्ण और मूल आवश्यकता है बड़ी मात्रा में संसाधन सामग्री की उपलब्धता जिन तक शिक्षक की आसानी से पहुँच हो। इसके अलावा शिक्षकों की आपसी नेटवर्किंग अहम है जिससे विशेषज्ञता और अनुभवों को बाँटा जा

सके। साथ ही संसाधन शिक्षकों की पहचान और उनका संपोषण इस प्रक्रिया को मदद कर सकता है। संसाधन केंद्र के रूप में क्षेत्रीय गणित पुस्तकालयों की स्थापना की जा सकती है।

चिंता का एक महत्त्वपूर्ण विषय यह है कि खुद शिक्षक गणित के बारे में क्या सोचता है। यानी गणित के बारे में उसकी अपनी संकल्पना क्या है तथा गणित के लक्ष्यों के घटक क्या हैं, इस बारे में उसकी राय क्या है। हमने ऊपर जिन बातों को रेखांकित किया है, ज़्यादातर गणित शिक्षकों की नज़र में अहम नहीं हैं। उसकी वज़ह है उन्हे पढ़ाए गए तरीके, तथा बाद में इस प्रक्रिया पर प्रशिक्षण की कमी भी एक वजह हो सकती हैं।

सामग्रियों की विस्तृत शृंखला जो शिक्षक की विषय के प्रति समझ को समृद्ध करे, विषय के तथ्यात्मक और ऐतिहासिक विकास की अंतर्दृष्टि प्रदान करती है और कक्षाओं में नवाचार के लिए उन्हें मदद करती है। यह शिक्षकों की सहायता करने का सबसे बेहतर तरीका है। इसके लिए कॉलेज शिक्षकों और शोध गणितज्ञों से संप्रेषण चैनल प्रदान करने से बहुत अधिक सहायता मिलेगी। जब शिक्षक आपस में संपर्क करेंगे और विश्वविद्यालय शिक्षकों से जुड़ेंगे तो उनकी शैक्षिक योग्यता बहुत समृद्ध होगी।

6. पाठ्यचर्या विकल्प

पाठ्यचर्या के विकल्पों की मौजूदगी की स्वीकार्यता शिक्षा के संस्थानीकरण में एक अहम कदम है। अत: जब हम विषयवस्तु से अधिक महत्त्व अधिगम वातावरण को देने की बात करते हैं तो हम मानदंड दे रहे होते हैं जिससे पाठ्यचर्या निर्माता विकल्पों के चुनाव को निश्चित करें। उदाहरण के लिए, दृश्यीकरण और ज़्यामितीय तर्क महत्त्वपूर्ण प्रक्रियाएँ हैं और इसमें बीजगणित पढ़ाने के निहितार्थ हैं। वे विद्यार्थी जो हड़बड़ी में बिना आगा-पीछा सोचे तथा ज्यामितीय तसवीरों को बिना जाने समझे समीकरण हल करते हैं, उनके बारे में यह नहीं कहा जा सकता कि वे समझ चुके हैं। अगर इसका मतलब ज्यामितीय तर्क के लिए ज़्यादा कवरेज है (पाठ्यपुस्तक में ज़्यादा अध्याय तथा पृष्ठों के रूप में) तो इसे सुनिश्चित किया जाना चाहिए और अगर इस तरह का विस्तार दूसरी सामग्रियों (ज़्यादातर अभिकलनी) को कम करके ही हो सकता है तो ऐसा करना जायज़ होगा।

नीचे चरणवार सामग्री की चर्चा करते समय हम पाठ्यक्रम निर्माता के लिए ऐसे कई अंतर्वेशन/बहिष्करण का प्रस्ताव करते हैं। हम पुन: बल दे रहे हैं कि यहाँ विषय-वस्तु के स्तर को कम करने का सुझाव नहीं दिया जा रहा है बल्कि विविध प्रक्रियाओं को महत्त्व देने का सुझाव दिया जा रहा है। इसके अतिरिक्त हम कुछ चीज़ों को टाल देने के सिद्धांत का सुझाव दे रहे हैं: सामान्य रूप से यदि कोई विषय बाद में अधिक अच्छे अभिप्रेरण तथा अनुप्रयोगों के साथ प्रस्तुत की जा सकती है बजाय अभी बिना तकनीकी तैयारी और जरूरी अभिप्रेरण के, तो उसके लिए इंतजार करना चाहिए। ऐसे विचार माध्यमिक और उच्चतर माध्यमिक स्तरों पर बहुत महत्त्वपूर्ण हैं जहाँ चौड़ाई और गहराई के बीच सजग चुनाव की ज़रूरत है। यहाँ विलियम थर्सटन का कथन उपयुक्त हैं :

> *गणित शिक्षण के विस्तृत और दीर्घकालिक उद्देश्यों की बेहतर प्राप्ति संभव होती अगर गणित के ऊँचे/आकार पर कम ज़ोर दिया जाता। ऐसा मानक क्रम से दूर हटकर ज़्यादा विविध पाठ्यचर्या की ओर बढ़कर किया जा सकता था जिसमें ऐसे विषय ज़्यादा होते जो आधार से शुरू होते हैं। इस दिशा में कुछ प्रवृत्तियाँ देखी गई हैं जैसे परिमित गणित तथा प्रायिकता के पाठ्यक्रम, लेकिन अभी बहुत कुछ करने की गुंजाइश है।*[17]

6.1 प्राथमिक स्तर

प्राथमिक स्तर के किसी भी पाठ्यक्रम में मूर्त से अमूर्त की ओर बढ़ा जाना चाहिए तथा बाद में गणित में अमूर्तन का महत्त्व समाविष्ट होना चाहिए। निचली कक्षाओं में यह महत्त्वपूर्ण है कि पहले चरण में मूर्त वस्तुओं पर आधारित गतिविधियाँ दी जाएँ जिससे बच्चा अपने दैनिक जीवन की तार्किक क्रियाओं व गणितीय चिंतन के बीच संबंधों को समझने लायक बन सके।

अंकों से जुड़े गणितीय खेल, पहेलियाँ तथा कथाएँ बच्चों को इन संबंधों को बनाने में मदद करती हैं और उनकी रोज़मर्रा की समझ का निर्माण करती हैं। खेल–आम दिनचर्या वाले खेल न हों – बच्चों को अनुपदेशात्मक की फीड बैक देने वाले हों जिसमें शिक्षण का बहुत कम हस्तक्षेप हो।[18] ये अनुमान/पूर्वज्ञान, योजना तथा रणनीति तैयार करने को बढ़ावा देते हैं।

6.1.1 गणित केवल अंकगणित नहीं है

अंकों व अंक संक्रियाओं की बातें करते हुए गणित के अंकहीन क्षेत्रों को भी उचित स्थान दिया जाना चाहिए। इसमें आकार, दिक् संबंधी समझ, पैटर्न, मापन तथा आँकड़ों की हैंडलिंग शामिल हैं। उच्च कक्षाओं में ज़्यामिति की प्रस्तावना के रूप में केवल आकारों और उनके गुणों के साथ कार्य करना ही पर्याप्त नहीं है। यह भी महत्त्वपूर्ण है कि संबंधित शब्दों की शब्दावली तैयार की जाए जो बच्चे की दिक्स्थान की समझ बढ़ा सके। पैटर्न की पहचान गणित के लिए अहम है। पुनरावृत्ति करने वाले साधारण आकार वाले पैटर्नों से शुरू करके बच्चा ज़्यादा जटिल पैटर्न की ओर बढ़ सकता है जिसमें आकार तथा संख्याएँ दोनों शामिल होंगे। यह उस सोचने के तरीके की नींव रखता है जिसे हम बीजगणित कहते हैं। प्राथमिक पाठ्यचर्या जो ऐसी गतिविधियों से समृद्ध होती है, निश्चित रूप से माध्यमिक अवस्थाओं में बीजगणित की ओर प्रस्थान को अपेक्षाकृत सरल बनाती है।[19] आँकड़ों की हैंडलिंग जो उच्च कक्षाओं में सांख्यिकी के लिए आधार निर्मित करता है, स्कूली गणित का एक अन्य उपेक्षित क्षेत्र है, जिसे कक्षा 1 से पढ़ाया जा सकता है।

6.1.2 अंक तथा अंक संक्रियाएँ

बच्चे स्कूल में प्रवेश के समय अंकों तथा साधारण संक्रियाओं के अंतर्ज्ञानीय व सांस्कृतिक विचारों से सुसज्जित होते हैं। बच्चों को खाली पात्र समझने के बजाय इन संबंधों व कड़ियों का उपयोग अंकों के प्रति समझ उत्पन्न करने में किया जाना चाहिए। गणितीय रूप से सोचने के लिए बच्चों का तार्किक होना, व तार्किक नियमों को समझना आवश्यक है परन्तु उन्हें गणितीय तकनीकों जैसे आधार दस की दशमलव प्रणाली के उपयोग में प्रवीणता हासिल करने के लिए धारणाओं को सीखना भी ज़रूरी है। गणना जैसी बुनियादी गतिविधियों तथा अंक पद्धति को समझने में तार्किक समझ की आवश्यकता होती है जिसके लिए बच्चों को समझ तथा अभ्यास की ज़रूरत है, यदि उन्हें इसमें प्रवीणता हासिल करनी है और इसके बाद इनका उपयोग उन्हें विचार प्रक्रिया के लिए व गणितीय समस्याओं को हल करने के उपकरण के रूप में करना है।[20] सीमित राशियों व छोटे अंकों के साथ काम करने से बच्चा ज्ञानात्मक सामर्थ्य पर अतिरिक्त भार से बच जाता है जिसका इस्तेमाल शुरुआती चरण में तार्किक कौशलों में प्रवीणता हासिल करने में किया जा सकता है।

प्राकृत संख्याओं से जुड़ी संक्रियाएँ प्राथमिक गणित के पाठ्यक्रम का एक बड़ा भाग होती हैं। लेकिन इसमें जोड़, घटाव, गुणा के स्टैंडर्ड एल्गोरिथ्म तथा पूर्णांक संख्याओं के भाग पाठ्यक्रम में ज़्यादा स्थान पाते रहे हैं। यह अंकबोध के विकास तथा अनुमान तथा सन्निकटन कौशलों की कीमत पर होता है। इसका परिणाम यह होता है कि जब विद्यार्थियों को शाब्दिक समस्याएँ हल करनी पड़ती हैं तब वे पूछते हैं, मैं जोड़ूँ या घटाऊँ। मैं गुणा करूँ या भाग दूँ। संकल्पनात्मक आधार की कमी बाद की कक्षाओं में बच्चों का पीछा करती रहती है। इससे यह दिशा मिलती है कि संक्रियाओं से प्रसंगानुसार ही परिचित कराया जाना चाहिए। इसके बाद भाषा और प्रतीकात्मक संकेतनों का विकास होना चाहिए और फिर स्टैंडर्ड एल्गोरिथ्म को अंत में आना चाहिए।

6.1.3 भिन्न तथा दशमलव

भिन्न तथा दशमलव मिलकर दूसरे बड़े समस्यागत क्षेत्र की ओर इशारा करते हैं। इस बात के कुछ साक्ष्य हैं कि भिन्न संबंधी संक्रियाएँ प्रारंभ होने के साथ ही संयोगवश गणित के प्रति भय की शुरुआत होती है। इन क्षेत्रों की विषयवस्तु पर सावधानीपूर्वक पुनर्विचार की ज़रूरत है। प्रतिदिन के संदर्भ में जिनमें भिन्नों का उपयोग होता है, और जिनमें उन पर अंकगणितीय संक्रियाएँ करने की

आवश्यकता होती है, मैट्रिक इकाइयों और दशमिक मुद्रा के आने के साथ वे पूरी तरह गायब हो गई हैं। वर्तमान में बच्चों को अनेक आविष्कारी परिस्थितियों से गुजरना होता है जिनमें उन्हें भिन्न पर संक्रियाएँ करनी पड़ती है। इसके अतिरिक्त ये संक्रियाएँ कुछ नियमों का पालन करते हुए करनी पड़ती हैं। जो स्वेच्छा से प्रकट होते हैं (यहाँ तक कि शिक्षक के लिए भी) और उन्हें इन नियमों को याद करना पड़ता है–उस समय जब बच्चा पूर्ण संख्याओं पर संक्रियाओं के नियमों से जूझ रहा होता है। ऐसे में जबकि गणित की तथ्यात्मक संरचना में भिन्नों के महत्त्व से इनकार नहीं किया जा सकता, उपर्युक्त विचार यह सुझाव देते हैं कि प्राथमिक स्तर पर भिन्नों की संक्रियाओं पर कम जोर दिया जाए।[21]

6.2 उच्चतर प्राथमिक स्तर

गणित आश्चर्यजनक रूप से संपीडनीय है: किसी प्रक्रिया में हो सकता है किसी को अत्यधिक परिश्रम करना पड़े, शायद बहुत सारी विधियाँ अपनानी पड़ें। लेकिन एक बार यह समझ में आ गई, तथा अपनी समग्रता में देख ली गईं, तो फिर यह आसान हो जाती है तथा जब भी ज़रूरत हो, इसे इस्तेमाल कर सकते हैं। अत: इस संपीडन में गणित का जो अंतर्ज्ञान होता है वह इसका एक मज़ेदार पहलू है। उच्चतर प्राथमिक चरण में इसे लाने का जो एक बड़ा लक्ष्य है वह बच्चों को इसी आनंद से परिचित कराना है।

संपीडित रूप में इसका विविध प्रसंगों में अनुप्रयोग है। इस तरह गणित दैनिक जीवन की कई समस्याओं को सुलझा सकती है और उन्हें हल करने के लिए उपकरण प्रदान करती है। वस्तुत: अंकगणित से बीजगणित की ओर संक्रमण चुनौतीपूर्ण और पुरस्कृत करने योग्य है, और इसे इस रोशनी में सबसे अच्छी तरह देखा जा सकता है।

6.2.1 अंकगणित या बीजगणित

प्राथमिक स्कूल में सीखी गई बुनियादी संकल्पनाओं तथा कौशलों को एक साथ करना कई दृष्टियों से आवश्यक है। पहला, इसलिए कि सभी बच्चों में संख्यात्मकता सुनिश्चित करना प्राथमिक शिक्षा के सार्वभौमिकरण का एक अहम पहलू है। दूसरे, संख्या बोध से संख्या पैटर्न की ओर बढ़ना, संख्याओं के मध्य संबंध देखना तथा इन संबंधों में पैटर्न खोजना, ये ऐसी विधाएँ हैं जो बच्चे में जीवनोपयोगी कौशल लाती हैं। अभाज्य संख्याओं, सम और विषम, विभाज्यता का परीक्षण, वगैरह के विचार ऐसे अन्वेषण के अवसर प्रदान करते हैं।

इस स्तर पर बीजगणितीय संकेतनों का दिया जाना सुसंहत भाषा के रूप में देखा जा सकता है जिसका सारगर्भित अर्थ हो। चरों का उपयोग, रैखिक समीकरणों को बनाना व हल करना, सर्वसमिकाएँ व गुणनखंड करना, ये वे साधन हैं जिनके द्वारा विद्यार्थी नयी भाषा का धाराप्रवाह रूप से उपयोग करना सीखते हैं।

दैनिक जीवन की समस्याओं को हल के लिए अंकगणित व बीजगणित के उपयोग पर जोर दिया जा सकता है। लेकिन इसमें बच्चों की रुचि को जोड़ना तथा समस्याओं के हल करने में सफलता का भाव प्रदान करना महत्त्वपूर्ण है।

6.2.2 आकार, दिक्स्थान और माप

बच्चों को इस स्तर पर विभिन्न प्रकार के नियमित आकार पढ़ाए जाते हैं जैसे त्रिभुज, वृत्त, चतुर्भुज। वे कम से कम चार प्रकार से समृद्ध व नया गणितीय अनुभव प्रदान करते हैं। बच्चे अपने आसपास ऐसे सभी आकारों को देखना प्रारंभ करते हैं और कई सममितियाँ खोजते हैं व सौंदर्यशास्त्रीय भाव प्राप्त करते हैं। दूसरे, वे यह सीखते हैं कि कितने अनियमित लगने वाले आकार नियमित आकारों द्वारा मापे जा सकते हैं, जो विज्ञान में एक महत्त्वपूर्ण तकनीक है। तीसरे, वे दिक्स्थान (स्पेस) के विचार को समझना प्रारंभ कर देते हैं। उदाहरण के लिए, वृत्त एक पथ या सीमा है जो उसके बाहर के स्पेस को भीतर के स्पेस से अलग करता है। चौथा, वे अंकों को आकारों से जोड़ना प्रारंभ कर देते हैं जैसे क्षेत्रफल, परिमाप आदि और सांख्यिकीकरण या अंकगणितीकरण की यह विधि अत्यंत महत्त्वपूर्ण है। इससे यह सुझाव भी

मिलता है कि क्षेत्रमिति तभी सर्वोत्तम होती है जब वह ज्यामिति से जुड़ी हो।

इस प्रकार की गतिविधियों जैसे कागज़ मोड़ना और काटना, सममिति व रूपांतरण के विचारों के अन्वेषण आदि के द्वारा ज्यामिति का एक अनौपचारिक परिचय संभव है। ज्यामितीय गुणों का निरीक्षण और ज्यामितीय सत्य का अनुमान यहाँ मुख्य लक्ष्य हैं। औपचारिक उपपत्तियाँ बाद में दी जा सकती हैं।

6.2.3 दृश्य अधिगम

आँकड़ों का प्रहस्तन (डाटा हैंडलिंग), निरूपण और दृष्टीकरण महत्त्वपूर्ण गणितीय कौशल है जो इस स्तर पर सिखाए जा सकते हैं। वे 'जीवन कौशलों' के रूप में बहुत उपयोगी हो सकते हैं। विद्यार्थियों को यह जानना चाहिए कि किस तरह रेल समय-सारणियों, निर्देशिकाओं और पंचागों में जानकारी को सुसंहत रूप से संगठित किया जाता है।

आँकड़ों के प्रहस्तन की प्रक्रिया को समझने, निरूपित करने और दिन-प्रतिदिन के आँकड़ों के ग्राफीय निरूपण को बढ़ावा देना चाहिए। रैखिक ग्राफ बनाने की औपचारिक तकनीकें पढ़ाई जानी चाहिए।

दृश्य अधिगम समझ, संगठन और कल्पनाशीलता को प्रोत्साहित करता है। द्वि-स्तंभीय उपपत्तियों पर जोर देने के बजाय विद्यार्थियों को कम अनौपचारिक परंतु सहमतकारी तर्कों के द्वारा अपने निष्कर्षों को सही साबित करने का अवसर दिया जाना चाहिए। विद्यार्थी की दिक्स्थान संबंधी तार्किक क्षमता और दृश्यीकरण कौशल का विस्तार होना चाहिए। ज्यामिति के अध्ययन में उपलब्ध तकनीकी का पूरा इस्तेमाल होना चाहिए। सीखने के लिए दृश्य अभिप्राय देने पर विद्यार्थी चित्र, रेखाचित्र, प्रवाहचार्ट, सूत्र और प्रक्रियाएँ याद रखता है।

6.3 माध्यमिक स्तर

यही वह अवस्था है जब गणित एक अकादमिक विषय के रूप में बच्चे के पास आती है। एक अर्थ में, बुनियादी स्तर पर गणित शिक्षण गणित के तर्क से अधिक बच्चों के अधिगमजन्य मनोवैज्ञानिक तर्क से निर्देशित होता है। परंतु माध्यमिक स्तर पर विद्यार्थी गणित की संरचना को समझना प्रारंभ करते हैं। इसलिए तर्कों के ***संकेतन*** और ***उपपत्ति*** अब पाठ्यक्रम की दृष्टि से महत्त्वपूर्ण हो जाते हैं।

गणितीय पद बहुत अधिक कलात्मक, आत्म-सजग और दुर्बोध होते हैं। विद्यार्थी सुविधाजनक अनुभव लेना प्रारंभ कर देते हैं और गणितीय संप्रेषण की विशेषताओं को सरलता से सीखते हैं: सावधानीपूर्वक परिभाषित पद और तथ्य, उन्हें प्रस्तुत करने के लिए प्रतीकों का उपयोग, संक्षिप्त रूप से कहे साध्य जिसमें केवल पहले परिभाषित पदों का उपयोग किया जाता है और साध्य को सत्यापित करने वाली उपपत्तियाँ। विद्यार्थी समझते हैं कि किस प्रकार गणितीय ढाँचा बनता है, तर्क बनाए जाते हैं, पहले सत्यापित किए गए साध्य के आधार पर, जिनसे एक प्रमेय को सिद्ध किया जाता है जिसका उपयोग आगे और सिद्ध करने के लिए किया जाता है।

लंबे समय से ज्यामिति और त्रिकोणमिति को ऐसा क्षेत्र माना जाता रहा है जहाँ विद्यार्थी इस संरचना को अच्छी तरह समझ सकते हैं। प्रारंभिक चरण में यदि विद्यार्थियों ने कई आकार सीख लिए हैं और यह जानते हैं कि उनसे राशियों व सूत्रों को किस प्रकार जोड़ा जाए तो यहाँ वे इन आकारों के विषय में तर्क करना प्रारंभ करते हैं जिसमें परिभाषित राशियों और सूत्रों का उपयोग होता है।

बीजगणित जो पहले ही शुरू हो चुकी है, इस स्तर पर कुछ हद तक विकसित होती है। गणित के अनुप्रयोगों के लिए ही नहीं अपितु गणित में आंतरिक रूप से भी, बीजगणितीय गणनाओं की योग्यता आवश्यक है। ज्यामिति और त्रिकोणमिति में उपपत्तियाँ बीजगणितीय उपकरणों की उपयोगिता दर्शाती हैं। यह सुनिश्चित करना महत्त्वपूर्ण है कि विद्यार्थी जो बीजगणितीय रूप में निष्पादित कर रहे हैं वे उसे ज्यामितिय रूप में दृश्यीकृत कर सकें।

माध्यमिक गणित पाठ्यचर्या का एक बड़ा हिस्सा समेकन को समर्पित होना चाहिए। इसे कई तरह से किए जाने की जरूरत है तथा इसे कई तरह से किया जा सकता है। पहले, विद्यार्थी को उन सभी तकनीकों को

समेकित करने की आवश्यकता है जो उसने सवाल हल करने में सीखी है। उदाहरण के लिए, इसका आशय यह है कि विद्यार्थियों के लिए ऐसे सवालों को पूछने की ज़रूरत है जिसमें एक से अधिक विषयक्षेत्र सम्मिलित हों: बीजगणित और त्रिकोणमिति, ज्यामिति और क्षेत्रमिति इत्यादि। दूसरे, गणित का उपयोग भौतिक और सामाजिक विज्ञान में होता है। इनका आपस में सुस्पष्ट संबंध बनाने से विद्यार्थी बहुत प्रेरित हो सकते हैं। तीसरे, गणितीय प्रतिमानीकरण, आँकड़ों का विश्लेषण और उनकी व्याख्या, इस स्तर पर पढ़ाने से साक्षरता के उच्च स्तर को समेकित कर सकता है। उदाहरण के लिए, किसी पर्यावरण संबंधी परियोजना पर विचार कीजिए जहाँ विद्यार्थी को एक साधारण रैखिय सन्निकटन (लीनियर एप्रॉक्सीमेशन)करना है और किसी घटना का प्रतिमान बनाना है, इसे हल करना है, और प्रतिमानित तंत्र से एक प्रगुण का निगमन करना है। ऐसी गतिविधि से समेकित अधिगम एक जिम्मेदार नागरिक का निर्माण करता है जो बाद में समाचार माध्यमों (मीडिया) में उपलब्ध जानकारी को अंतर्दृष्टि से विश्लेषित कर सकता है तथा प्रजातांत्रिक निर्णय प्रक्रिया में योगदान कर सकता है।

माध्यमिक स्तर पर प्रायोगीकरण और अन्वेषण पर विशेष जोर उचित होगा। *गणित प्रयोगशाला* हाल की घटना है जो भविष्य में आशाजनक रूप से बहुत अधिक विस्तृत होगी।[22] प्रायोगिक गणित गतिविधियाँ बच्चों को दृश्यीकरण में बहुत मदद देती हैं। वास्तव में, सिंह, अवतार एवं सिंह सभी अवस्थाओं पर गतिविधियों के लिए उत्कृष्ट सुझाव देते हैं। इस तरह की प्रयोगशालाओं और गतिविधियों[23] के प्रभाव का आवधिक व्यवस्थित मूल्यांकन इस तरह के प्रयासों के पैमाने के लिए आवश्यक प्रक्रियाओं की योजना बनाने में मदद करेगा।

6.4 उच्चतर माध्यमिक स्तर

प्रधानत: उच्चतर माध्यमिक अवस्था एक तरह का लाँचिंग पैड है जहाँ से विद्यार्थी को आगे कैरियर का चुनाव करने के लिए निर्देशित किया जाता है कि या तो वह विश्वविद्यालयी शिक्षा प्राप्त करे या कोई अन्य शिक्षा प्राप्त करे। इस समय तक विद्यार्थी की रुचियाँ व योग्यता विस्तृत रूप से निर्धारित हो जाते हैं और इन दो वर्षों में गणित शिक्षण उनकी योग्यताओं को प्रखर बनाने में सहायता करता है।

इस स्तर पर सबसे कठिन चुनाव करना कुछ उसी तरह से होता है जैसे **चौड़ाई और गहराई** के बीच चुनाव करना। एक विस्तृत आधार वाले पाठ्यक्रम के लिए स्थिति बनाई जा सकती है जो विभिन्न विषयों का ज्ञान प्रदान करे। कुछ विषयों के लिए सीमित संख्या में प्रकरण रखने तथा चयनित क्षेत्रों में सामर्थ्य बढ़ाने के लिए हम विचार कर सकते हैं। इन प्रश्नों का कोई सूत्रबद्ध उत्तर मौजूद नहीं है, हम थर्सटन की उपर्युक्त टिप्पणी की ओर फिर इशारा करते हैं।

वस्तुत: थर्सटन चौड़ाई के पक्ष में हैं, चाहे इसे उस उपचारात्मक सामग्री के विकल्प के रूप में ही क्यों न लिया जाए जो बार-बार एक ही तरह की सामग्री की ओर इशारा करता है, उत्साह और सहजता को कम करते हुए।

> *इसके बजाय अधिक पाठ्यक्रम उपलब्ध होने चाहिए... जो गणित की कुछ चौड़ाई का उपयोग करते हैं, जमीनी स्तर से प्रारंभ करने की अनुमति देते हैं, बिना ऐसे प्रकरणों की पुनरावृत्ति के, जिसे विद्यार्थी पहले ही सुन चुके हैं।*

जब हम चौड़ाई का चयन करते हैं, हमें न केवल यह निर्णय लेना है कि कौन-सा विषय विकसित करना है, परंतु यह भी कि उसे किस हद तक विकसित करना है। इस संदर्भ में हम यह सुझाव देंगे कि यह निर्णय *गणितीय विचारों* के द्वारा तय होने चाहिए जैसे, एक विषय के रूप में गणित में प्रक्षेपण ज्यामिति का परिचय देना ज़्यादा महत्त्वपूर्ण है, प्रक्षेपणीय गति की तुलना में (जो हम भौतिकी में अच्छी तरह पढ़ सकते हैं)। इसी तरह प्रक्रिया की लंबाई भी इस बात द्वारा तय होगी कि क्या इससे गणितीय उद्देश्य प्राप्त होते हैं। उदाहरण के लिए, यदि सम्मिश्र संख्याएँ पढ़ाने का उद्देश्य यह बताना है कि समृद्ध तंत्र में सिद्ध बहुपद समीकरणों के लिए हल मौजूद हैं तो प्रकरण को तब तक विकसित करना चाहिए

जब तक कि विद्यार्थी को यह आइडिया न मिल जाए कि यह कैसे संभव है। यदि इस तरह के उपचार के लिए कोई स्थान नहीं है तो बेहतर होगा कि प्रकरण का परिचय ही न दिया जाए। सम्मिश्र संख्याओं पर प्रक्रियाएँ और उनका निरूपण बताना, बिना यह समझाए कि यह अध्ययन प्रासंगिक क्यों है, सहायक नहीं है।

वर्तमान में, उच्चतर माध्यमिक स्तर पर गणित पाठ्यक्रम में अवकलन और समाकलन का प्रभुत्व रहता है जो कक्षा 12वीं की विषयवस्तु का आधे से अधिक भाग है। चूँकि बोर्ड परीक्षाएँ कक्षा 12 के पाठ्यक्रम के आधार पर ली जाती हैं यह विषय विद्यार्थियों व शिक्षकों के लिए अत्यधिक महत्त्वपूर्ण हो जाता है। बोर्ड परीक्षाओं के साथ ही अन्य परीक्षाओं की प्रकृति को देखते हुए इस स्तर पर कलन के अभिकलनी पहलुओं का गणित में प्रभुत्त्व रहता है। यह अत्यंत दु:खद है कि कई रुचिपूर्ण प्रकरण (समुच्चय, संबंध, तर्क, अनुक्रम और श्रेणियाँ, रैखिक असमिकाएँ, कांबीनेटोरिक्स) जो विद्यार्थियों को 11वीं कक्षा में प्रारंभ किए जाते हैं, अच्छी गणितीय अंतर्दृष्टि दे सकते हैं, परंतु ये अत्यंत संक्षिप्त में दिए जाते हैं। पाठ्यक्रम निर्माताओं को 11वीं कक्षा तथा 12वीं कक्षा में विषयवस्तु के वितरण पर ध्यान देना चाहिए।

दुनिया के कई भागों में इस स्तर पर गणित के विभिन्न पहलुओं को प्रदान करके विकल्पों की इच्छा को स्वीकार किया गया है। लेकिन विकल्पों की व्यवस्था का क्रियान्वयन नितांत कठिन है क्योंकि इसके लिए विविध पाठ्यपुस्तकों तथा अधिक संख्या में शिक्षकों की आवश्यकता होगी तथा साथ ही साथ केंद्रीकृत परीक्षा स्वरूप भी ज़रूरी होगा। फिर भी ऐसे विचारों के साथ प्रयोग करना उचित होगा जो विद्यार्थियों को ढेर सारे विकल्प प्रदान करता हो।

6.5 गणित और गणितज्ञ

पाठ्यक्रम के सभी स्तरों पर एक मानवीयता का तत्व होना ज़रूरी है। गणित के विकास से जुड़ी कई रुचिकर कहानियाँ हैं जो बताई जा सकती हैं और प्रत्येक विद्यार्थी के दैनिक जीवन में कुछ ऐसे अनुभव होते हैं जो गणित के लिए प्रासंगिक होते हैं। इन कहानियों और अनुभवों को पाठ्यक्रम में शामिल करना बच्चों के लिए गणित को किसी परिप्रेक्ष्य में देखने के लिए अहम है। गणितज्ञों का जीवन और गणितीय अंतर्ज्ञान की कहानियाँ न केवल गणित के प्रति प्रेम उत्पन्न करने वाली हैं बल्कि वे प्रेरणादाई भी हो सकती हैं।

भारतीय गणितज्ञों के योगदान को रेखांकित करने के लिए एक उदाहरण दिया जा सकता है। ऐसे योगदानों के प्रति प्रशंसा भाव विद्यार्थियों को मदद करेगा यह जानने में कि हमारी संस्कृति में गणित का क्या स्थान है। गणित भारतीय संस्कृति व इतिहास का महत्त्वपूर्ण अंग रही है। छात्र इतिहास के प्रारंभिक कालों में भारतीय गणितज्ञों द्वारा दिए गए अभूतपूर्व योगदान को जान समझकर अत्यधिक प्रेरित होंगे।

इसी प्रकार, पूरी दुनिया से महिला गणितज्ञों के योगदान को रेखांकित करना भी उचित होगा। यह इस प्रचलित मिथ को तोड़ने के लिए ज़रूरी है जिसके अनुसार गणित पुरुषों का क्षेत्र है। इसके अतिरिक्त ज़्यादा से ज़्यादा लड़कियाँ गणित की ओर आएँ, इसके लिए भी ऐसा करना ज़रूरी है।

7. निष्कर्ष

एक अर्थ में, ये वे कदम हैं जिनकी दशकों से गणित शिक्षकों द्वारा वकालत की गई है। जो फ़र्क है वह है पाठ्यचर्यात्मक चयन द्वारा इन उद्देश्यों की प्राप्ति के लिए महत्त्व देने में। गणित शिक्षण का जो दृष्टिकोण है उसके पीछे जो सबसे मजबूत कारण यह है कि इससे बच्चों को मदद मिलेगी जहाँ तक उनसे उँची अपेक्षाओं का ताल्लुक हैं। ऐसा इस तरह के पाठ्यक्रम द्वारा होगा जिसमें बुनियादी कौशलों के परे विविध गणितीय मॉडल तथा शिक्षाशास्त्र समाविष्ट हों, जो सवालों को हल करने तथा सक्रिय अधिगम पर शिक्षण हेतु ज़्यादा समय दें। कई विद्यार्थियों को मौजूदा पाठ्यक्रम नीरस और निराशाजनक लगता है जो यह दृष्टिकोण विकसित करता है कि गणित में सफलता जन्मजात क्षमताओं पर निर्भर करती है तथा जिनमें यह क्षमता नहीं है वे यह अनुभव करते हैं कि गणित किसी भी परिस्थिति में उनके जीवन में उपयोगी

नहीं हो सकती। हमने अपने दृष्टिकोण में जिस अधिगम वातावरण की बात की है वह विद्यार्थियों को गणित के महत्त्व को समझने व उसका आनंद प्राप्त करने में सहायता करेगा। उन्हें विभिन्न शैक्षिक व कैरियर संबंधी विकल्पों के लिए आवश्यक उपकरण प्रदान करेगा और नागरिक के रूप में प्रभावी रूप से कार्य करने में सहायक होगा।

उत्कृष्ट गणित शिक्षण का जो हमारा दृष्टिकोण है वह दो जुड़वाँ स्तंभों पर आधारित है। वह यह हैं कि सभी विद्यार्थी गणित सीख सकते हैं तथा सभी विद्यार्थियों को गणित सीखने की जरूरत है। पाठ्यचर्याएँ विद्यार्थियों की असफलता की कल्पना करती हैं, उन्हें असफल होना ही है। हमें ऐसी पाठ्यचर्याएँ विकसित करने की ज़रूरत है जो बच्चे की सफलता की कल्पना करें। हम एक निर्णायक मुकाम पर हैं जहाँ हम सबको शिक्षा की गारंटी देना चाहते हैं इसलिए यह ऐतिहासिक ज़रूरत है कि हम बच्चों को उच्चतम गुणवत्ता की गणित शिक्षा प्रदान करें।

संदर्भ

व्हीलर, डेविड, *मैथमेटाइजेशन मैटर्स*, फॉर द लर्निंग ऑफ़ मैथमैटिक्स, 3,1; 45–47, 1982

पोल्या, जॉर्ज, *दी गोल ऑफ़ मैथमैटिकल एजुकेशन*, इन कम्युनिकेटर, द मैगजीन ऑफ़ द कैलिफोर्निया मैथेमैटिक्स काउंसिल, 1969

प्रिंसीपल्स एंड स्टैंडर्डस फॉर स्कूल मैथमैटिक्स, नेशनल काउंसिल ऑफ़ टीचर्स ऑफ़ मैथमैटिक्स, यू.एस.ए. 2000

द *न्यू जर्सी मैथेमैटिक्स स्टैंडर्डस एंड कॅरिकुलम फ्रेमवर्क*, द न्यू जर्सी मैथमैटिक्स कॉलिशन, जे.जी. रोजेस्टीन (संपादक), 1997

मैथेमैटिक्स एकेडमिक कटेंट स्टैंडर्डस, कैलीफोर्निया स्टेट बोर्ड ऑफ़ एजुकेशन, 2004

मैथमैटिक्स सिलेबाई, कॅरिकुलम प्लानिंग एंड डेवलपमेंट डिवीजन, मिनिस्ट्री ऑफ़ एजुकेशन, सिंगापुर, 2001

मैथेमैटिक्स लर्निंग एरिया, स्टेटमेंट, कॅरिकुलम कॉरपोरेशन, मेलबोर्न, आस्ट्रेलिया, 2001

नेमेट्ज, टी., *मैथेमैटिक्स एजुकेशन इन हंगरी*, इन: आई.मॉरिस, एस.ए.अरोड़ा: *मूविंग इनटू द ट्वेंटी फर्स्ट सेंचुरी*, यूनेस्को सीरीज: स्टडीज इन मैथमैटिक्स एजुकेशन, नं. 8,1991, पृ. 105–112

हाउसन, जी.ए., *नेशनल कॅरिकुला इन मैथेमैटिक्स*, दी मैथेमैटिकल एसोशिएसन, यूनिवर्सिटी ऑफ़ साउथहैंपटन, 1991, पृ. 115–125

फेरीनी-मुंडी, जे. बॅरिल्ल, जी. और ब्रउक्स, जी. (संपादकगण), *मैथमैटिक्स एजुकेशन अराउंड द वर्ल्ड: ब्रिजिंग पॉलिसी एंड प्रैक्टिस*, रिपोर्ट ऑफ़ द 2001 आई.ए.एस.। पार्क सिटी मैथमैटिक्स इंस्टीट्यूट सेमिनार, इंस्टीट्यूट फॉर एडवांस्ड स्टडी, प्रिंसटन, 2001

बक्सटन लॉरी, *मैथपैनिक*, लंदन: हैनिमैन, 1991

क्रूटेट्स्की, वी.ए., द *सायकोलॅजी ऑफ़ मैथमैटिकल एबिलिटीज इन स्कूल चिल्ड्रेन*, (जे. किलपैट्रिक और आई. विर्सजप द्वारा संपादित), यूनिवर्सिटी ऑफ़ शिकागो प्रेस, शिकागो, 1976

अहमदाबाद वूमेंस एक्शन ग्रुप, *एन एसेसमेंट ऑफ़ द स्कूल टेक्स्टबुक्स पब्लिश्ड् बाइ गुजरात स्टेट स्कूल टेक्स्टबुक अंडर एन. पी. ई.*, आई.ए. डब्ल्यू. एस. कॉन्फ्रेंस, कोलकाता, दिसंबर 1990

फैनीम्मा, ई., *जेंडर एंड मैथेमैटिक्स: व्हाट डू आई नो एंड व्हाट डू आई विश वाज नोन*, फिफ्थ एन्युअल फोरम ऑफ़ द नेशनल इंस्टीट्यूट फ़ॉर साइंस एजुकेशन, डेट्राइट, मई 2000

वीजबेक, एल. *टीचर्स थॉट्स एबाउट चिल्ड्रेन ड्यूरिंग मैथमैटिक्स इंस्ट्रक्शन*, पीएच.डी. डिजर्टेशन, यूनिवर्सिटी ऑफ़ विसकोंसिन, मैडिसन, 1992

मंजरेकर, एन., *जेंडर इन द मैथेमैटिक्स कॅरिकुलम*, सेमिनार ऑन मैथेमैटिक्स एंड साइंस एजुकेशन इन स्कूल: टीचिंग प्रैक्टिसेज, लर्निंग स्ट्रेटजीज़ एंड कॅरिकुलर इश्यूज, ज़ाकिर हुसैन सेंटर फॉर एजुकेशनल स्टडीज़, जे.एन.यू., नयी दिल्ली, मार्च 2001

थर्सटन, विलियम, *मैथेमैटिकल एजुकेशन*, नोटिसेज ऑफ़ द अमेरिकन मैथमैटिकल सोसायटी, 37, पृ. 844-850, 1990

सारंगपाणी, पद्मा, *ए वे टू एक्सप्लोर चिल्ड्रेंस अंडरस्टैंडिंग ऑफ़ मैथमैटिक्स*, इश्यूज इन प्राइमरी एजुकेशन, 2(2), 2000

सुब्रमण्यम, के., *एलिमेंटरी मैथमैटिक्स: ए टीचिंग लर्निंग पर्सपेक्टिव*, इकानॉमिक एंड पॉलिटिकल वीकली, स्पेशल इश्यू ऑन द रिव्यू ऑफ़ सांइस स्टडीज: पर्सपेक्टिव ऑन मैथमैटिक्स, खंड 37, सं. 35, 2003

नन्स, टी. और ब्रायंट, पी. ई., *चिल्ड्रेन डूइंग मैथेमैटिक्स*, ऑक्सफोर्ड, ब्लैकवेल, 1996

वर्मा, वी.एस. और मुखर्जी, ए., *फ्रेक्शंस-टूवार्ड्स फ्रीडम फ्रॉम फियर*, नेशनल सेमिनार ऑन ऑस्पेक्ट्स ऑफ़ टीचिंग एंड लर्निंग मैथमैटिक्स, यूनिवर्सिटी ऑफ़ दिल्ली, जनवरी, 1999

सिंह, हुकुम, अवतार, राम और सिंह, वी.पी., *ए हैंडबुक फॉर डिजाइनिंग मैथमैटिक्स लैबोरेटरी इन स्कूल्स*, एन.सी.ई.आर.टी., 2005

सांरगपाणी, पद्मा और हुसैन, शमा, *एवोल्यूशन ऑफ़ मैथस लैब एंड समूह-प्लान, देवदुर्ग रिपोर्ट,* नेशनल इंस्टीट्यूट ऑफ़ एडवांस्ड स्टडीज़, बेंगलुरु, अप्रैल, 2004